

Untersuchungen zur
dreidimensionalen optischen
Bildentstehung und
Bildverarbeitung

von

Norbert Streibl

aus Nürnberg

1984

Diss. Erlangen



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546206_0039

Untersuchungen zur
dreidimensionalen optischen
Bildentstehung und
Bildverarbeitung

Den Naturwissenschaftlichen Fakultäten
der Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg

zur
Erlangung des Doktorgrades

vorgelegt von

Norbert Streibl

aus Nürnberg

Als Dissertation genehmigt von den Naturwissenschaftlichen
Fakultäten der Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der mündlichen Prüfung: 28. November 1984

Vorsitzender der Promotionskommission: Prof. Dr. K. Brodersen

Erstberichterstatte: Prof. Dr. A. Lohmann

Zweitberichterstatte: Prof. Dr. A. Fercher

INHALT

	Seite
1. <u>Einführung</u>	5
1.1. Zusammenfassung	5
1.2. Summary	11
2. <u>3-d Abbildung selbstleuchtender Objekte</u>	14
2.1. 3-d Bildentstehung	14
2.2. Geometrisch-optische Näherung	18
2.3. Wellenoptische Berechnung der 3-d Übertragungsfunktion	21
2.4. Diffus streuende Objekte	30
2.5. 3-d Abbildung mit Scan-Mikroskopen	35
3. <u>Grundlegende Beschränkungen für 3-d Lichtverteilungen</u>	39
3.1. Ausbreitung partiell kohärenter Wellenfelder	39
3.2. 3-d Intensitätsverteilungen	42
3.3. Verallgemeinerung des van Cittert-Zernike-Theorems	45
4. <u>3-d Abbildung schwach beugender Objekte</u>	48
4.1. Die 3-d Apertur	48
4.2. Born-Näherung für partiell kohärent beleuchtete Objekte	53
4.3. 3-d Bildentstehung in Born-Näherung 1. Ordnung	55
4.4. Abhängigkeit der 3-d Übertragungsfunktion von der Beleuchtung	60
4.5. Vergleich mit Scan-Mikroskopen	66
5. <u>Bildverbesserung durch 3-d lineare Filterung</u>	69
5.1. Datenaufnahme	69
5.2. 3-d Filterung mit separablem Kern	70
5.3. Restauration der geometrisch optischen Übertragungsfunktion	78
5.4. Grundsätzliche Bemerkungen zur 3-d Filterung	80

	Seite
6. <u>Ausblick</u>	82
Verzeichnis der verwendeten Notation	85
Literaturverzeichnis	87
Veröffentlichungen	89
Dankeschön	91
Lebenslauf	92

1. Einführung

1.1. Zusammenfassung

Bei der optischen Aufnahme und Erfassung bildhafter Daten begegnen uns häufig dreidimensionale (3-d) Objekte. Beispielsweise tritt auf dem Gebiet der "robot-vision", bei der maschinellen Erfassung und Analyse von Bildern, oft das Problem auf, daß die Tiefenausdehnung des zu untersuchenden Objektes die Schärfentiefe des Abbildungssystems überschreitet. Insbesondere hochgeöffnete Objektive, wie sie in der Mikroskopie verwendet werden, haben einen sehr kleinen Schärfentiefebereich. Es stellt sich dann die Frage, welche Information über das 3-d Objekt in einem einzelnen 2-d Bild enthalten ist. Um diese sicherlich unzureichende Information zu vervollständigen, liegt es nahe, ganze Serien von 2-d Bildern bei variierender Fokussierung aufzunehmen. Mit anderen Worten, es wird die 3-d Intensitätsverteilung, die das Abbildungssystem erzeugt, das 3-d Bild, abgetastet. Jedes der 2-d Bilder aus der Fokussierungsreihe stellt dann gewissermaßen einen "optischen Schnitt" durch das 3-d Objekt dar. Wir verschaffen uns einen Eindruck über das 3-d Objekt, indem wir durch das Objekt "hindurchfokussieren". Leider enthält jedoch jedes Schnittbild defokussierte Bildteile aus benachbarten Tiefenebenen; d.h. das 3-d Bild ist aufgrund der Art der Bildentstehung mit systematischen Fehlern behaftet. Als Illustration zeigt Fig. 1.1. mehrere Schnitte durch ein mikroskopisches 3-d Bild.

Das Ziel dieser Arbeit ist es, die 3-d Bildentstehung zu untersuchen, um festzustellen, welche Informationen durch das Abbildungssystem übertragen werden. Folgende Effekte beeinflussen den Informationsgehalt des 3-d Bildes entscheidend:

- 1) Um Licht an einen bestimmten Ort im Raum zu bringen, benötigt man einen ganzen Lichtkegel: Die Lichtstrahlen brauchen "Zu- und Abfahrtswege".

- 2) Wie bereits E. ABBE erkannte, wird das räumliche Auflösungsvermögen eines Abbildungssystems durch Beugung an der Apertur begrenzt. Auch bei der 3-d Bildentstehung gibt es natürlich Beugungsgrenzen.
- 3) Das Aussehen eines 3-d Objektes und damit der Informationsgehalt des 3-d Bildes hängt von der Art der Beleuchtung ab.

Am Ende der Arbeit wird gezeigt, wie man durch 3-d Bildverarbeitung den Kontrast und die visuelle Interpretierbarkeit des 3-d Bildes verbessern kann.

Im allgemeinen ist der Zusammenhang zwischen dem 3-d Objekt und dem 3-d Bild nichtlinear, was eine systemtheoretische Beschreibung der 3-d Bildentstehung sehr erschwert. Es gibt jedoch einige für die Praxis relevante Fälle, in denen lineare Übertragungstheorien ausreichen. Auf diese Fälle wollen wir uns hier konzentrieren. Die in dieser Arbeit hergeleitete 3-d Übertragungstheorie befaßt sich in erster Linie mit dem üblichen Transmissionsmikroskop. Die besonderen Umstände, die eine Beschreibung mit einer linearen Theorie erlauben, haben jeweils Entsprechungen beim "Scan-Mikroskop". Deswegen werden (in den Abschnitten 2.5. und hauptsächlich in 4.5.) die Abbildungseigenschaften des üblichen Mikroskopes mit denen von Scan-Mikroskopen verglichen. Im Abschnitt 2 dieser Arbeit werden inkohärent selbstleuchtende Objekte untersucht. Man kann dann sowohl geometrisch-optische als auch wellenoptische 3-d Übertragungsfunktionen für verschiedene Pupillenfunktionen des Abbildungssystems angeben. Der Abschnitt 3 enthält eine kurze Einführung in die Kohärenztheorie. Wir untersuchen allgemeiner formulierte Beschränkungen für das Spektrum von 3-d Intensitätsverteilungen; schließlich werden auch noch einige mathematische Vorbereitungen auf den Abschnitt 4 erledigt.

Im Abschnitt 4 werden schwach beugende Objekte untersucht, die in 1. Born-Näherung ebenfalls eine lineare Übertragungs-

theorie zulassen. Wir gehen hier aus von 3-d Objekten, die sowohl absorbieren, als auch eine Phasenstruktur enthalten, die somit durch einen komplexen Brechungsindex gekennzeichnet sind. Die 3-d Übertragungsfunktionen für Amplitude und Phase hängen in erheblichem Maße von der Art der (partiell kohärenten) Beleuchtung ab. Wenn man die Übertragungseigenschaften eines Abbildungssystemes verstanden hat, dann liegt es nahe durch lineare Filterung eine Bildverbesserung vorzunehmen. Hierzu enthält der Abschnitt 5 ein einfaches Experiment.

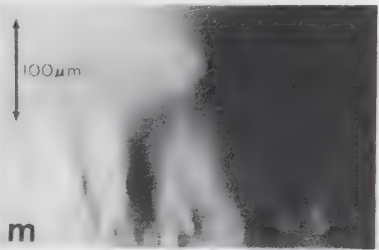
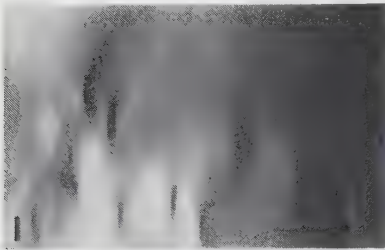
Die vorliegende Arbeit baut vor allem auf den Ideen von MERTZ, 1965 und FRIEDEN, 1967 auf. Mertz erkannte, daß die systemtheoretischen Eigenschaften der 3-d Bildentstehung am besten in der Fourier-Domäne untersucht werden; dann hängen Objekt- und Bildspektrum über eine "Übertragungsfunktion" miteinander zusammen, welche den Informationsgehalt des 3-d Bildes bestimmt. Mertz gibt in geometrisch optischer Näherung die Übertragungsfunktion an für ein ideales zylindrisches Abbildungssystem (homogen in einer Raumrichtung). Frieden hat für ein allgemeines Abbildungssystem eine wellenoptische Theorie der 3-d Bildentstehung voll ausgearbeitet. Der Abschnitt 2 meiner Arbeit enthält eine Zusammenfassung dieser Theorie. Darauf aufbauend wird der Einfluß der Pupillenfunktion des Abbildungssystemes auf den Informationsgehalt des 3-d Bildes untersucht; ferner wird eine ähnliche Theorie für Scan-Mikroskope angegeben. Sowohl Mertz als auch Frieden beschränken sich auf selbstleuchtende Objekte. Dies vereinfacht die Theorie, weil dann keine Interferenzeffekte (zwischen Licht von verschiedenen Objektpunkten) auftreten. Eine Theorie, die auf das Transmissionsmikroskop anwendbar ist, muß Interferenzeffekte (partiell kohärente Beleuchtung) und den Einfluß der Art der Beleuchtung berücksichtigen. Dies ist das Ziel der Theorie im Hauptteil der Arbeit (Abschnitt 4).

Am Ende der einzelnen Kapitel dieser Arbeit stehen jeweils Abschnitte (2.4., 2.5., 3.3., 4.5.), in denen einige Ergänzungen und Erweiterungen grob skizziert sind; sie können beim ersten Lesen überschlagen werden. Eilige Leser, die ohne mathematische Herleitungen die 3-d Bildentstehung qualitativ verstehen wollen, sollten die Abschnitte 2.1.-2.3. sowie 4.1. und 4.4. lesen. Der wesentliche Inhalt dieser Arbeit ist (auf Englisch) in /12/, /18/ sowie /19/ publiziert. Ein Verzeichnis der verwendeten Notation sowie Literaturhinweise sind am Ende dieser Arbeit zu finden.

Fig. 1.1.

Eine Serie optischer Schnitte durch den Kopf einer Mücke, aufgenommen mit einem Objektiv Pl 16/0.40 und weit geöffneter Beleuchtungsapertur. Der gezeigte "Datenquader" hat eine Ausdehnung $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \approx 350\mu\text{m} \cdot 250\mu\text{m} \cdot 250\mu\text{m}$. Es wurde abgetastet mit $\delta x = 0.67\mu\text{m}$, $\delta y = 0.47\mu\text{m}$ und $\delta z = 6.7\mu\text{m}$. Das entspricht $512 \times 512 \times 37$ Volumenelementen (voxel); das sind insgesamt bei 8 Bit/voxel Genauigkeit 9.5 MByte.

- (a-k) Querschnitte ($\perp$ optische Achse) im Abstand $4\delta z$ (siehe S.10)
- (l,m) Längsschnitte ($\parallel$ optische Achse)
- (n) Eine Übersichtsaufnahme mit minimaler Aperturblende (maximaler Schärfentiefe) vermittelt einen Gesamteindruck des Objektes.





a



b



c



d



e



f



g



h



i



j

1.2. Summary

In optical data acquisition, robot vision and microscopy we often encounter three-dimensional (3-d) objects. Especially if the aperture of the imaging system is large, the depth of focus becomes smaller than the dimensions of the object. In this case, we have to ask ourselves, which information about the 3-d object is contained in a single 2-d image. It suggests itself to record a series of 2-d images with varying focusing in order to collect more information about the 3-d object. In other words: we record the 3-d intensity distribution produced by the imaging system, which might be called the "3-d image". Each 2-d image of this focusing series is an "optical slice" through the 3-d object. However, each of these optical slices is obstructed by "out-of-focus-noise" which is caused by adjacent depth planes. Hence, the 3-d image suffers from strong image degradations. Fig. 1.1. shows an example of a 3-d image of a microscopic object.

The aim of this work is to understand 3-d image formation, in order to know which information is transmitted by optical imaging. The following effects influence the information content of the 3-d image:

- 1) In order to illuminate a certain location in space we need a cone of light converging to this point: the light rays need "access and departure roads".
- 2) E. ABBÉ showed, that the spatial resolution of an imaging system is limited by diffraction at the aperture. Of course, there is a "diffraction limit" also in 3-d image formation.
- 3) The appearance and the information content of a 3-d image depend on the "illumination" of the object.

Generally the relationship between the 3-d object and the 3-d image is nonlinear; this makes 3-d image formation so difficult. However, there are some practically relevant cases where a

linear theory is sufficient. We will concentrate on such cases. Mainly, we will deal with the ordinary transmission microscope. Analogous (linear) theories are possible for scanning-microscopes. Therefore, we compare the 3-d imaging properties of the ordinary microscope with those of scanning microscopes (sections 2.5. and 4.5.). In section 2 we investigate incoherently self-luminous objects. We derive geometrical optical 3-d transfer functions, as well as wave-optical 3-d transfer functions for different pupil functions. Section 3 contains an introduction into coherence-theory and certain restrictions for the 3-d spectrum of intensity distributions. In section 4 we investigate weakly scattering objects in first order Born approximation. The 3-d object is described by a complex index of refraction; hence it contains absorbing parts and a phase structure. The 3-d transfer function for amplitude and phase depend on the (partially coherent) illumination. If we know the 3-d transfer functions it is an obvious idea to try to improve the 3-d image by linear filtering. In section 5 we show a simple experiment.

This work relies on the ideas of MERTZ, 1965 and FRIEDEN, 1967. Mertz realized, that the system-theoretical properties of 3-d image formation can be understood in the Fourier domain: there the object- and the image spectra are connected by a transfer-function, which determines the information content of the 3-d image. Mertz calculates in geometrical optical approximation the transfer-function for an ideal cylindrical imaging system (homogeneous in one direction). Frieden worked out a complete wave-optical theory of 3-d image formation by an arbitrary imaging system. In section 2 of this work we summarize Frieden's ideas. Additionally we investigate the influence of the pupil function on the information content of the 3-d image; moreover we give a similar theory for the scanning microscope. Mertz as well as Frieden assume self-luminous objects. This simplifies the theory because then there is no interference between the light from different points of the object. However, a theory, that can be applied to the transmission microscope, must take

into account interference due to partially coherent illumination. In section 4 we study the influence of illumination on the 3-d image of a transilluminated object.

The results of this work are published in English in the papers /12/, /18/ and /19/.

2. 3-d Abbildung selbstleuchtender Objekte

Die Theorie der 3-d Bildentstehung bei inkohärent selbstleuchtenden Objekten geht zurück auf MERTZ, 1965 und FRIEDEN, 1967. Es handelt sich um eine lineare Übertragungstheorie, bei der die Eigenschaften des Abbildungssystems durch ein dreidimensionales Punktbild (3-d PSF) oder, äquivalenterweise, durch eine dreidimensionale Übertragungsfunktion (3-d OTF) beschrieben werden. Anhand der 3-d OTF kann man die systemtheoretischen Eigenschaften der 3-d Bildentstehung vollständig verstehen (für inkohärente selbstleuchtende Objekte).

Im Abschnitt 2.1. wird die 3-d Bildentstehung so anschaulich wie möglich erläutert. Vornehmlich für makroskopische Objekte wird häufig die geometrisch-optische Näherung im Abschnitt 2.2. genügen. Im Abschnitt 2.3. wird die 3-d OTF wellenoptisch berechnet. Aus den Beugungsgrenzen ergibt sich das 3-d Auflösungsvermögen des Abbildungssystems. Ferner werden 3-d OTFs und 3-d PSFs für verschiedene Pupillenfunktionen des Abbildungssystems angegeben. Im Abschnitt 2.4. wird ein weiterer Grenzfall skizziert, in dem sich die 3-d OTF-Theorie anwenden läßt, nämlich makroskopische Objekte mit sehr rauen Oberflächen (diffus streuende Objekte). Am Schluß steht ein Vergleich der 3-d Abbildungseigenschaften zwischen üblichen Mikroskopen und Scan-Mikroskopen für selbstleuchtende Objekte. Nach der Behandlung von Transmissionsobjekten im Abschnitt 4.5. wird dort der Vergleich fortgesetzt.

2.1. 3-d Bildentstehung

Um eine einfache Theorie zu erhalten, braucht man zunächst einmal ein einfaches Objekt: Wir wollen im folgenden ein "dreidimensionales, inkohärent selbstleuchtendes, transparentes Objekt" untersuchen. "Transparent" soll bedeuten, daß einmal vom Objekt emittiertes Licht nirgends mehr mit dem Objekt wechselwirkt. Wir ignorieren also Absorption, Brechung und Beugung während der Lichtausbreitung innerhalb des 3-d Objektes. Diese

grobe Vereinfachung erinnert an die Born-Näherung erster Ordnung, bei der man ebenfalls annimmt, daß das Licht nur ein einziges Mal "etwas mit dem Objekt zu tun hat" (in unserem Fall ist dies der Emissionsakt), ansonsten jedoch geradeaus hindurchgeht. Ein inkohärent selbstleuchtendes Objekt ist wünschenswert, weil dann das von verschiedenen Objektpunkten ausgehende Licht nicht interferenzfähig ist. Bei im Auflicht oder Durchlicht beleuchteten Objekten ist die Beleuchtung partiell kohärent, es sei denn die Lichtquelle ist unendlich ausgedehnt. Dann sind jedoch Lichtwellen, die von verschiedenen Objektteilen ausgehen zumindest partiell interferenzfähig, was die Theorie erschwert (siehe Kapitel 4). Übrigens gibt es sogar einige Objekte, die in guter Näherung transparente Selbstleuchter sind: z.B. eine 3-d Verteilung fluoreszierender Stoffe oder auch die Vorderseite eines konvexen (einfächigen) Körpers mit leuchtender Oberfläche.

Wir untersuchen nun die Abbildung eines solchen Objektes mit Hilfe eines Systems wie in Fig. 2.1. gezeigt.

Das Objekt ist die Lichtquellenverteilung $S_{\text{OBJ}}(\underline{x}', z')$, wobei $\underline{x}' = (x', y')$ die lateralen Koordinaten darstellt und die optische Achse in z' -Richtung verläuft. Das Abbildungssystem mit der Pupillenfunktion $\tilde{p}(\underline{u})$, $\underline{u} = (\mu_x, \mu_y)$, ist objekt- und bildseitig telezentrisch. Die Telezentrie ist nicht wesentlich aber annehm, weil wir uns dann nicht wie FRIEDEN, 1967 mit den projektiven Koordinatentransformationen zu befassen brauchen, die ein nicht-telezentrisches System verursacht. Ein einzelner Objektpunkt $(\underline{x}'_0, z'_0)$ hat, wie man mit Hilfe elementarer Geometrie aus Fig. 2.2. ersieht, seinen Gauss'schen Bildpunkt am Ort $(\underline{x}_G, z_G)$:

$$\underline{x}_G = \beta \underline{x}'_0 \qquad z_G = \beta^2 z'_0 \qquad (2.1.)$$

wobei $\beta = f_2/f_1$ der laterale und β^2 der longitudinale Abbildungsmaßstab ist. Beim telezentrischen System sind die Abbil-

Fig. 2.1. 3-d Abbildung durch ein telezentrisches System

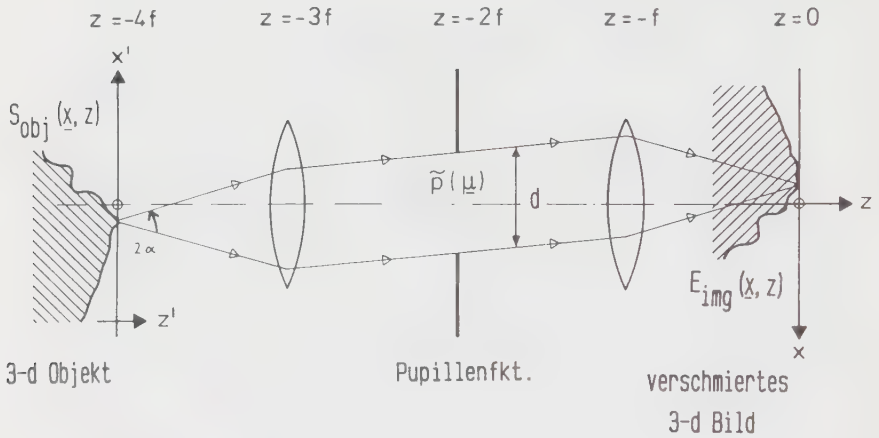
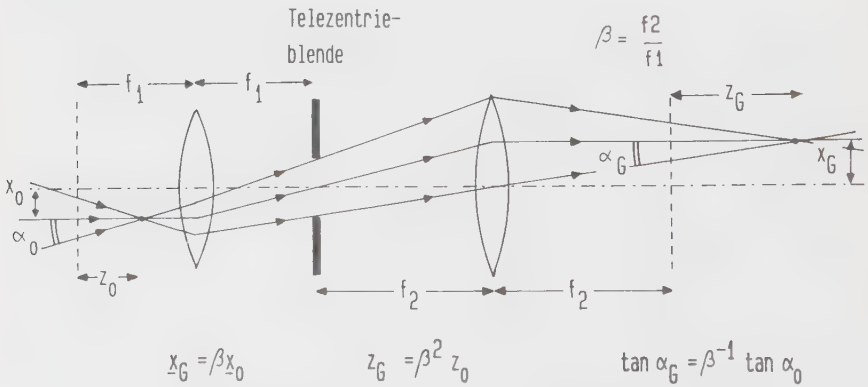


Fig. 2.2. Telezentrie ist die Voraussetzung für 3-d Ortsinvarianz



ungsmaßstäbe im gesamten Raum konstant (unabhängig von der Objektlage ($\underline{x}'_0, z'_0$)). Außerdem kann man sich leicht überlegen, daß der Öffnungswinkel α_G des Lichtkegels ebenfalls für alle Objektpunkte gleich ist

$$\tan \alpha_G = \frac{1}{\beta} \tan \alpha_0 \quad (2.2.)$$

Der tiefere Grund hierfür ist, daß die Ein- und-Austrittspupille beide im Unendlichen liegen; infolgedessen sind alle Objekt- bzw. Bildpunkte bezüglich der Pupille gleichberechtigt. Wenn wir uns das 3-d Objekt aus Punktlichtquellen zusammengesetzt denken, so muß das 3-d Bild aus entsprechenden (in ihrer Form gleichartigen) Lichtkegeln aufgebaut sein. Das telezentrische Abbildungssystem ist daher linear und ortsinvariant (in allen 3 Dimensionen). Es wird mathematisch durch eine 3-d Faltung beschrieben:

$$E_{\text{IMG}}(\underline{x}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{OBJ}}(\beta \underline{x}', \beta^2 z') I(\underline{x} - \underline{x}', z - z') d^2 x' dz' \quad (2.3.)$$

wobei E_{IMG} die 3-d Intensitätsverteilung im Bildraum ist und, I , der Lichtkegel, als das 3-d Punktbild (3-d PSF) bezeichnet wird. Die hierzu Fourier-reziproke Beziehung ist die Multiplikation des 3-d Objektspektrums mit der 3-d Übertragungsfunktion (3-d OTF) $\tilde{T}(\underline{\mu}, \eta)$:

$$\tilde{E}_{\text{IMG}}(\underline{\mu}, \eta) = \tilde{S}_{\text{OBJ}}\left(\frac{1}{\beta} \underline{\mu}, \frac{1}{\beta^2} \eta\right) \cdot \tilde{T}(\underline{\mu}, \eta) \quad (2.4.)$$

wobei sich die Spektren durch 3-d Fourier-Transformation ergeben, z.B.:

$$\tilde{T}(\underline{\mu}, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} T(\underline{x}, z) e^{-2\pi i (\underline{\mu} \cdot \underline{x} + \eta z)} d^2 x dz \quad (2.5.)$$

Die hier geometrisch-optisch begründete Behauptung, daß ein telezentrisches System 3-d ortsinvariant ist, gilt auch streng wellenoptisch. Dies erkennt man in der Arbeit von FRIEDEN, 1967. In /12/ führt eine kompliziertere Ableitung ausgehend von einer kohärenztheoretischen Untersuchung (siehe auch Abschnitt 3.3.) zu identischen Resultaten.

Für die Praxis ist die 3-d Ortsinvarianz allerdings immer nur eine Näherung, ebenso wie die Isoplanasie bei der 2-d Abbildung. Man stößt nämlich sehr bald an den endlichen Linsendurchmessern an; ferner ist die Bildfeldkrümmung bei einem afokalen System wie in Fig. 2.1. erheblich. Als Ausweg bleibt dann entweder eine ortsvariante Theorie, oder besser eine stückweise ortsinvariante Theorie: man betrachtet dann einzeln Volumenebereiche, die so klein sind, daß sich innerhalb das 3-d Punktbild nicht wesentlich ändert. Zum Trost sei gesagt, daß z.B. Mikroskophersteller ihre Geräte auf Telezentrie hin korrigieren. Bei den in dieser Arbeit gezeigten Bildern sind (bei gut justiertem Mikroskop natürlich) Abweichungen von der Telezentrie vernachlässigbar.

2.2. Geometrisch optische Näherung

In der Einleitung wurden als für die 3-d Abbildung entscheidende Faktoren, das Problem der Zu- und Abfahrtswege für die Lichtstrahlen, die Beugungsbegrenzung sowie der Einfluß der Beleuchtung genannt. Wir wollen jetzt die rein geometrisch-optische Übertragungsfunktion ausrechnen, d.h. Beugung wird vernachlässigt (der Einfluß der Beleuchtung entfällt bei den hier untersuchten speziellen Objekten sowieso). Das 3-d Punktbild eines aberrationsfreien Systems ist ganz einfach ein Lichtkegel:

$$T(\underline{x}, z) = \begin{cases} c \cdot z^{-2} & \text{für } |\underline{x}| \leq |z| \tan \alpha \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.6.)$$

wobei α der Öffnungswinkel des Lichtkegels ist und $c = (\pi \tan^2 \alpha)^{-1}$ eine Normierungskonstante; Blendenzahl κ und numerische Apertur A hängen damit folgendermaßen zusammen:

$$\kappa = \frac{1}{2 \tan \alpha} \quad ; \quad A = n \sin \alpha \approx n \tan \alpha \quad (2.7.)$$

Zur Berechnung der Übertragungsfunktion muß man in z-Richtung eine Fourier-Transformation und in radialer Richtung eine Hankel-Transformation nullter Ordnung durchführen:

$$\begin{aligned}\tilde{T}(\rho, \eta) &= 2\pi c \int_{-\infty}^{\infty} z^{-2} e^{-2\pi i \eta z} \int_0^{|z| \tan \alpha} J_0(2\pi r \rho) r dr dz = \\ &= c \cdot \frac{\tan \alpha}{\rho} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{J_1(t)}{t} \exp(-i \frac{\eta}{\rho \tan \alpha} t) dt\end{aligned}\quad (2.8.)$$

wobei $r = |\underline{x}|$ und $\rho = |\underline{u}|$ die radialen Orts- bzw. Frequenzkoordinaten sind; $J_1(t)$ ist die Besselfunktion 1-ter Ordnung. Wenn man das Integral Gl. (2.8.) bei PAPOULIS, 1968 nachschlägt, findet man schließlich als geometrisch optische OTF:

$$\tilde{T}(\rho, \eta) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{2}{\pi \rho \tan \alpha} \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{\rho \tan \alpha} \right)^2} \right\} \quad (2.9.a)$$

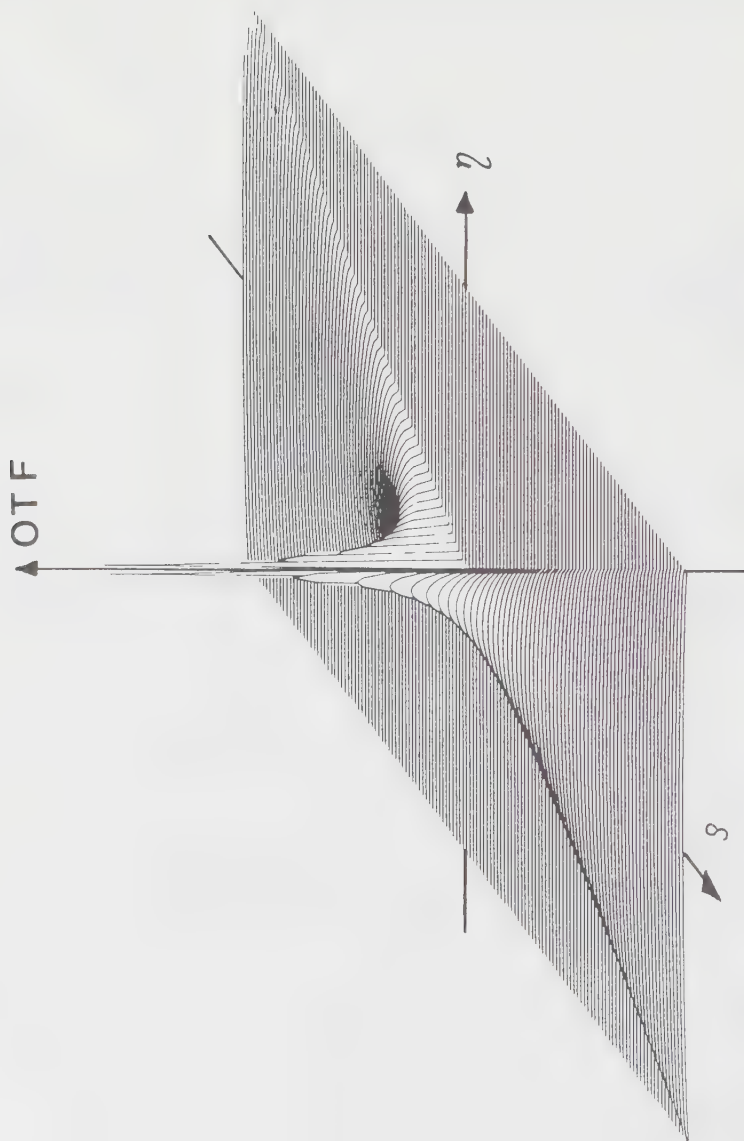
Im Ursprung hat die Übertragungsfunktion eine Singularität:

$$\tilde{T}(\rho = 0, \eta) = \delta(\eta) \quad (2.9.b)$$

Fig. 2.3. zeigt diese Funktion, die folgende charakteristischen Eigenschaften hat:

- 1) Innerhalb eines kegelförmigen Gebietes $|\eta| > \rho \tan \alpha$ verschwindet die Übertragungsfunktion identisch. Die Ortsfrequenzen innerhalb dieses fehlenden Kegels werden durch ein optisches System nicht übertragen, so ähnlich wie bei CHIU, BARRETT et al., 1979.
- 2) Selbst dort wo $\tilde{T} \neq 0$, werden hohe Ortsfrequenzen stark gedämpft. Ganz grob gesprochen, hat die 3-d OTF dort einen Verlauf wie $1/\rho$, also einen Tiefpaßcharakter.

Fig. 2.3. Geometrisch optische Übertragungsfunktion



Wir sehen also, daß die Information über ein 3-d Objekt nur recht unvollständig übertragen wird, und zwar umso unvollständiger, je kleiner die Apertur des Abbildungssystemes ist. Im Grenzfall einer Lochkamera $\alpha \rightarrow 0$ erhält man nur Information über die Ebene $\eta = 0$, d.h. eine Projektion des Objektes.

2.3. Wellenoptische Berechnung der 3-d Übertragungsfunktion

Neben den geometrisch optischen Beschränkungen für die Übertragung von 3-d Information ist aufgrund der Wellennatur des Lichtes auch eine Beugungsgrenze zu erwarten. Wir berechnen zunächst das 3-d Punktbild $I(\underline{x}, z)$ eines Abbildungssystemes (Fig. 2.1.), das sich als Betragsquadrat der 3-d Amplitudenverteilung $t(\underline{x}, z)$ ergibt:

$$I(\underline{x}, z) = t(\underline{x}, z) \cdot t^*(\underline{x}, z) \quad (2.10.)$$

Gemäß den Spielregeln der Fourier-Optik erhält man als die laterale Fourier-Transformierte (2-d in x, y) das Produkt der Pupillenfunktion mit einem Ausbreitungsfaktor:

$$\tilde{t}(\underline{\mu}, z) = p(\underline{\mu}) \exp(2\pi i z \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}^2}) \quad (2.11.)$$

Daher ergibt sich die Amplitudenverteilung:

$$t(\underline{x}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{p}(\underline{\mu}) \exp[2\pi i (\underline{x} \cdot \underline{\mu} + z \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}^2})] d^2 \mu \quad (2.12.)$$

Die Berechnung der 3-d Übertragungsfunktion ist jetzt nurmehr Einsetzarbeit:

$$\begin{aligned} \tilde{I}(\underline{\mu}, \eta) &= \int_{-\infty}^{\infty} |t(\underline{x}, z)|^2 \exp[-2\pi i (\underline{x} \cdot \underline{\mu} + z \eta)] d^2 x dz = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{p}(\underline{\mu}_1) \tilde{p}^*(\underline{\mu}_2) \exp[2\pi i (\underline{x} \cdot (\underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2 - \underline{\mu}) + z (\sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_1^2} - \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_2^2} - \eta))] \\ &\quad d^2 \mu_1 d^2 \mu_2 d^2 x dz \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{p}(\underline{\mu}_1) \tilde{p}^*(\underline{\mu}_2) \delta(\underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2 - \underline{\mu}) (\sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_1^2} - \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_2^2} - \eta) d^2 \mu_1 d^2 \mu_2 \quad (2.13.) \end{aligned}$$

Durch Ausintegrieren und nach einer Substitution finden wir die 3-d Übertragungsfunktion:

$$\tilde{T}(\underline{\mu}, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{p}(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu}) \tilde{p}^*(\underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu}) \delta(\eta + \sqrt{\lambda^{-2} - (\underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu})^2} - \sqrt{\lambda^{-2} - (\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu})^2}) d^2\mu' \quad (2.14.)$$

Falls die Apertur klein ist, ergibt sich eine Vereinfachung durch eine paraxiale Näherung (bei der die Wurzeln bis zum ersten Glied entwickelt werden):

$$\tilde{T}(\underline{\mu}, \eta) \approx \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{p}(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu}) \tilde{p}^*(\underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu}) \delta(\eta + \lambda \underline{\mu}' \cdot \underline{\mu}) d^2\mu' \quad (2.15.)$$

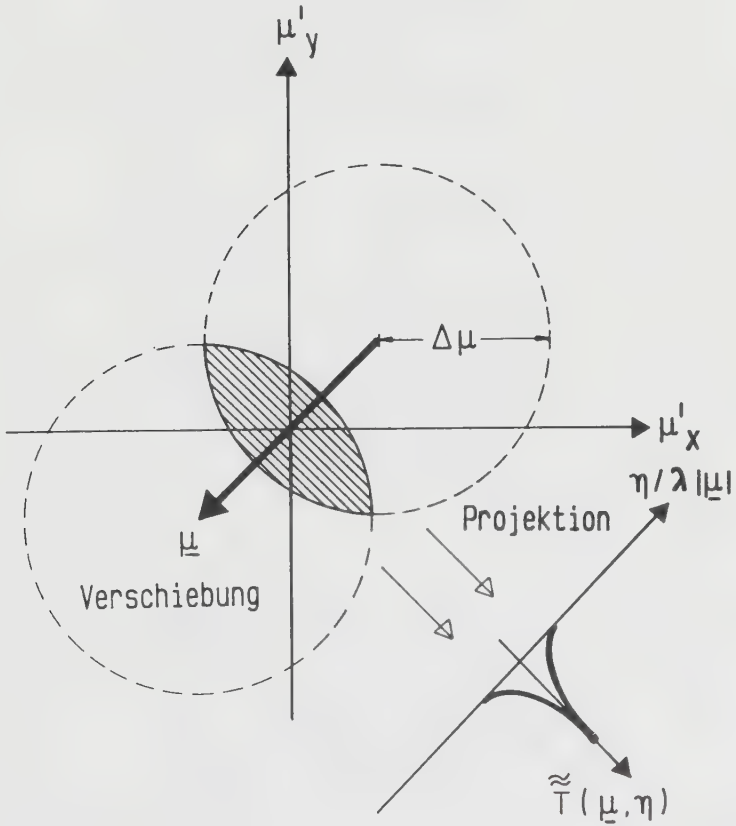
Im Grunde sind diese Integrale Projektionen, wie in Fig. 2.4. veranschaulicht wird: Wie in der zweidimensionalen OTF-Theorie, die auf DUFFIEUX zurückgeht, müssen wir über das Überlappungsgebiet zweier gegeneinander verschobener Pupillen integrieren. Die zusätzlich im Integral stehende Deltafunktion beschreibt Geraden (im nicht-paraxialen Fall leicht gekrümmte Kurven), die senkrecht zum Verschiebungsvektor $\underline{\mu}$ orientiert sind. Die 3-d OTF erhält man durch Projektion entlang dieser Geraden. Auf diese Weise kann man 3-d OTFs numerisch berechnen. Weil Projektionen und Schnitte zueinander Fourier-reziproke Operationen sind, erlaubt eine etwas andere Darstellung, nämlich durch die "Ambiguity-Funktion", eine recht anschauliche Analyse der Zusammenhänge (BRENNER, LOHMANN, OJEDA-CASTANEDA, 1983); auf die Ambiguity-Funktion soll hier im weiteren jedoch nicht eingegangen werden.

Weil rotationssymmetrische Pupillen am häufigsten vorkommen, wollen wir Polarkoordinaten einführen, und für einige spezielle Pupillen geschlossene Lösungen des Integrals (2.15.) angeben:

$$\tilde{T}(\rho, \eta) = \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{+\pi} \tilde{r}(\sqrt{\rho'^2 + \frac{1}{4}\rho^2 + \rho\rho'\cos\theta}) \tilde{r}^*(\sqrt{\rho'^2 + \frac{1}{4}\rho^2 - \rho\rho'\cos\theta}) \delta(\eta + \lambda \rho \rho' \cos\theta) d\theta \rho' d\rho' \quad (2.16.)$$

Fig. 2.4.

Veranschaulichung der Projektionsformel Gl. (2.15.): Zur Berechnung der 3-d Übertragungsfunktion muß man den Überlappungsbereich zweier verschobener Pupillen projizieren.



wobei $\tilde{p}(\underline{\mu}) = \tilde{f}(\rho)$ und $\rho = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2}$ sowie $\tan \theta = \mu_y / \mu_x$. Dank der Deltafunktion, kann man in den Argumenten von $\tilde{f}$ die Winkelabhängigkeit $\rho \rho' \cos \theta$ durch $-\eta / \lambda$ ersetzen. Sodann führen wir die Winkelintegration aus:

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \delta(\eta + \lambda \rho \rho' \cos \theta) d\theta = 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{\sqrt{(\lambda \rho \rho')^2 - \eta^2}} \right\} \quad (2.17.)$$

wobei Re den Realteil bedeutet, d.h. die Wurzel darf nicht imaginär werden. Runde Pupillen haben deshalb die 3-d Übertragungsfunktion

$$\tilde{T}(\rho, \eta) = \frac{1}{\lambda \rho} \int_0^{\infty} \tilde{f}(\sqrt{\tau - \eta / \lambda}) \tilde{f}^*(\sqrt{\tau + \eta / \lambda}) \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\tau - \frac{1}{4} \rho^2 - (\frac{\eta}{\lambda \rho})^2}} \right\} d\tau \quad (2.18.)$$

Obwohl dieses Integral nicht angenehm aussieht, kann man es für einige häufig vorkommende Pupillen geschlossen lösen, insbesondere für Gauss-Funktionen, Ringpupillen sowie die beugungsbegrenzte Vollpupille, die uns zunächst beschäftigen soll:

$$\tilde{f}(\rho) = \begin{cases} c & \text{falls } \rho < \lambda^{-1} \tan \alpha \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.19.)$$

wobei $c = \lambda \pi^{-1/2} / \tan \alpha$ wieder zur Normierung dient.

Man erhält die 3-d Übertragungsfunktion:

$$\tilde{T}(\rho, \eta) = \frac{2}{\pi \rho \tan \alpha} \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda \rho}{2 \tan \alpha} + \frac{|\eta|}{\rho \tan \alpha} \right)^2} \right\} \quad (2.20.a)$$

$$\tilde{T}(\rho = 0, \eta) = \delta(\eta) \quad (2.20.b)$$

Bei den niedrigen lateralen Frequenzen $\rho \rightarrow 0$ dominiert der geometrisch optische Teil der OTF (der letzte Term in der Wurzel $|\eta|/\rho \tan \alpha$). Der Einfluß der Beugung kommt in dem wellenlängen-abhängigen Ausdruck $\lambda \rho / 2 \tan \alpha$ zum Ausdruck. Fig. 2.5. zeigt sowohl die 3-d OTF, als auch das zugehörige 3-d Punktbild als Grautondichten. Wie bei der geometrisch optischen OTF fehlen Teile des Frequenzraumes (bei niedrigen Frequenzen kegelförmig). Die laterale Beugungsgrenze (in ρ -Richtung) liegt beim doppelten Pupillendurchmesser, so wie man das von inkohärenten Abbildungssystemen her kennt. Da das Auflösungsvermögen invers zur Bandbreite ist, finden wir als laterales Auflösungsvermögen:

$$\delta x = \frac{\lambda}{4 \tan \alpha} = \frac{\lambda}{2} \kappa \quad (2.21.)$$

Die wellenoptische 3-d Übertragungsfunktion ist jedoch auch longitudinal bandbegrenzt; das Auflösungsvermögen in der Tiefendimension ist

$$\delta z = \frac{\lambda}{\tan^2 \alpha} = 4 \lambda \kappa^2 \quad (2.22.)$$

Dies entspricht gerade der beugungstheoretischen Schärfentiefe des Abbildungssystemes. Wenn man ein 3-d Bild zur digitalen Bildverarbeitung aufnehmen möchte, so tastet man am besten mit einer Abtastzelle $\delta x = \delta y$ und δz ab; in diesem Fall enthält gemäß dem Sampling-Theorem der so erhaltene Datensatz die gesamte Information, die von der Optik übertragen wird. Es ist daher recht instruktiv, sich die Proportionen der 3-d Auflösungszelle genauer anzuschauen:

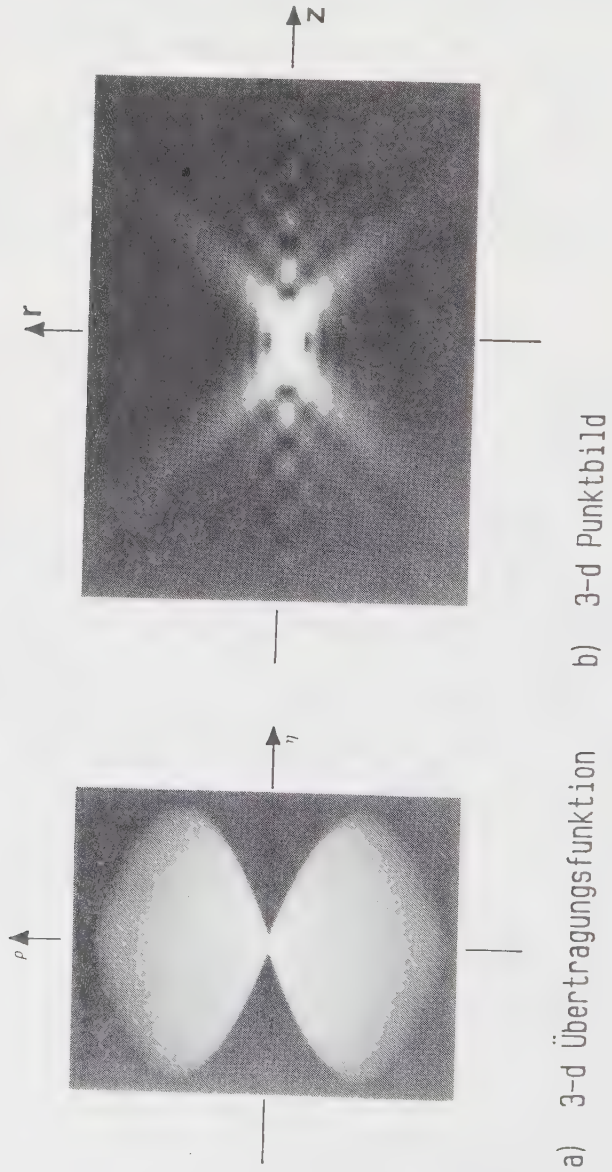
$$\frac{\delta z}{\delta x} = 8 \kappa \quad (2.23.a)$$

$$\frac{\delta z}{\delta x \delta y} = \frac{16}{\lambda} \quad (\text{Invariante !}) \quad (2.23.b)$$

$$\delta x \delta y \delta z = \lambda^3 \kappa^4 \quad (2.23.c)$$

Fig. 2.5.

3-d Übertragungsfunktion und Punktbild für die beugungsbegrenzte
Vollpupille



Die Auflösungszelle ist also in z-Richtung langgestreckt um den Faktor 8κ , also um ein Vielfaches der Blendenzahl. Der Informationsgehalt (d.h. das 3-d Orts-Bandbreite-Produkt) des 3-d Bildes ist umgekehrt proportional zur 4. Potenz der Blendenzahl! Das bedeutet, daß man sehr viel Information gewinnt, indem man große Aperturen verwendet.

Für die obigen Abschätzungen haben wir die Breite der Übertragungsfunktion $\Delta\eta_{\max} = \tan^2\alpha/\lambda$ an der breitesten Stelle gemessen. Man sieht jedoch in Fig. 2.5.a, daß die Breite in longitudinaler Richtung $\Delta\eta$ von der lateralen Ortsfrequenz ρ abhängt. Das bedeutet, daß für die hohen und die niedrigen lateralen Frequenzen nur wenig Tiefeninformation übertragen wird: Die Schärfentiefe ist groß für grobe Objektstrukturen, die volle Abbildungsleistung wird bei den mittleren lateralen Frequenzen, d.h. bei bereits recht feinen Strukturen, erreicht.

Das 3-d Punktbild wird in Fig. 2.5.b gezeigt: Im Fokus $z = 0$ beobachtet man die "jinc-Funktion", die im wesentlichen durch $J_1(r)/r$ gegeben ist. Außerhalb des Fokus diffundiert die Energie in ein wachsendes Ringsystem, dessen Einhüllende der geometrisch-optische Lichtkegel ist. Auf der optischen Achse $r = 0$ ergibt sich überraschenderweise eine "sinc²-Funktion", wie dies von BORN, WOLF, 1968 sowie McCUTCHEN, 1964 bemerkt wurde. Ansonsten ist es schwierig, mathematisch geschlossene Darstellungen für das 3-d Punktbild zu finden, das jedoch von BORN, WOLF, 1968, HOPKINS, 1955 sowie STOCKSETH, 1969 ausführlicher untersucht wurde.

Am Ende dieses Abschnittes sollen noch einige 3-d Übertragungsfunktionen und Punktbilder für verschiedene Pupillenfunktionen gezeigt werden. Theoretisch interessant und praktisch relevant ist die Ringpupille:

$$\tilde{f}(\rho) = \begin{cases} C & \text{falls } \lambda^{-1}\tan\alpha_{\min} \leq \rho \leq \lambda^{-1}\tan\alpha_{\max} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.24.)$$

wobei die Normierungskonstante $c = \lambda \pi^{-1/2} (\tan^2 \alpha_{\max} - \tan^2 \alpha_{\min})^{-1/2}$ gewählt wird.

Die Berechnung des Integrals Gl. (2.18.) ist nicht weiter schwierig, nur länglich wegen der vielen Fallunterscheidungen:

$$\begin{aligned} \tilde{T}(\rho, \eta) = & \frac{2}{\pi \rho} \frac{\tan \alpha_{\max}}{\tan^2 \alpha_{\max} - \tan^2 \alpha_{\min}} \operatorname{rect} \left[\frac{\lambda |\eta|}{\tan^2 \alpha_{\max} - \tan^2 \alpha_{\min}} \right] \\ & \operatorname{Re} \left[\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda \rho}{2 \tan \alpha_{\max}} + \frac{|\eta|}{\rho \tan \alpha_{\max}} \right)^2} - \right. \\ & \left. - \frac{\tan \alpha_{\min}}{\tan \alpha_{\max}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda \rho}{2 \tan \alpha_{\min}} - \frac{|\eta|}{\rho \tan \alpha_{\min}} \right)^2} \right] \end{aligned} \quad (2.25.a)$$

$$\tilde{T}(\rho = 0, \eta) = \delta(\eta) \quad (2.25.b)$$

Fig. 2.6. zeigt diese 3-d Übertragungsfunktion, sowie das zugehörige Punktbild. Da die Übertragungsfunktion longitudinal viel schmaler ist als bei der Vollpupille, verschlechtert sich das longitudinale Auflösungsvermögen, bzw. die Schärfentiefe steigt:

$$\delta z = \lambda (\tan^2 \alpha_{\max} - \tan^2 \alpha_{\min})^{-1} \quad (2.26.)$$

Im Grenzfall einer sehr dünnen Ringpupille $\alpha_{\min} \rightarrow \alpha_{\max}$ entartet die 3-d OTF zu einer Linie (bei $\eta = 0$) und die Schärfentiefe wird unendlich. Diesem Grenzfall entspricht als Punktbild die Besselfunktion $J_0^2(r)$, die sich in z-Richtung homogen durch den gesamten Raum erstreckt. Bei der Ringpupille ist übrigens außerdem noch bemerkenswert, daß die Kontrastübertragung bei hohen lateralen Frequenzen besser ist als bei der Vollpupille (rhombische Inseln in Fig. 2.6.a).

Fig. 2.6.

3-d Übertragungsfunktion und Punktbild für eine Ringpupille

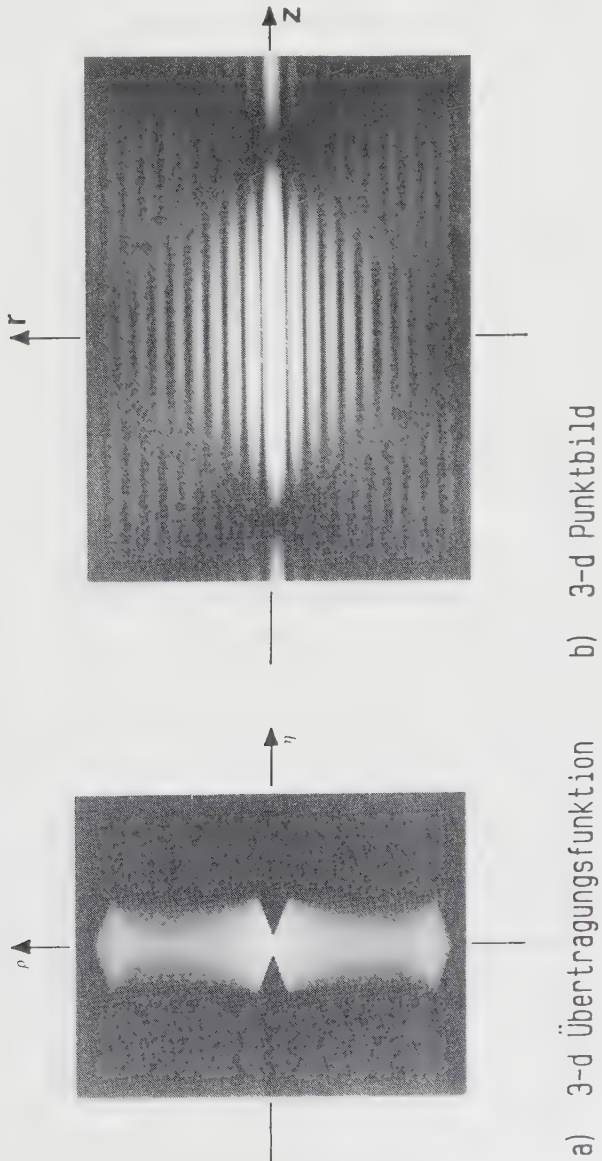


Fig. 2.7. und 2.8. zeigen weitere zwei Beispiele für 3-d Übertragungsfunktionen und Punktbilder. In Fig. 2.7. wurde als Pupillenfunktion eine Fresnel-Zonenplatte angenommen, die zwei in z-Richtung zueinander verschobene Brennpunkte erzeugt; entsprechend ist die 3-d Übertragungsfunktion in η -Richtung moduliert. In Fig. 2.8. wurde eine apodisierte Pupille $\tilde{f}(\rho) \sim 1/(1+\rho)$ angenommen. Dies führt, ähnlich wie Abblenden, zu einer Einengung der OTF. Dementsprechend verringert sich das 3-d Auflösungsvermögen. Das Punktbild besteht allerdings nicht länger aus einem Ringsystem, sondern es zeigt einen weichen Verlauf. Für eine Gauss-Funktion in der Pupille ergibt sich als 3-d Punktbild ein "Gaussian beam", der aus der Laser-Theorie wohl bekannt ist.

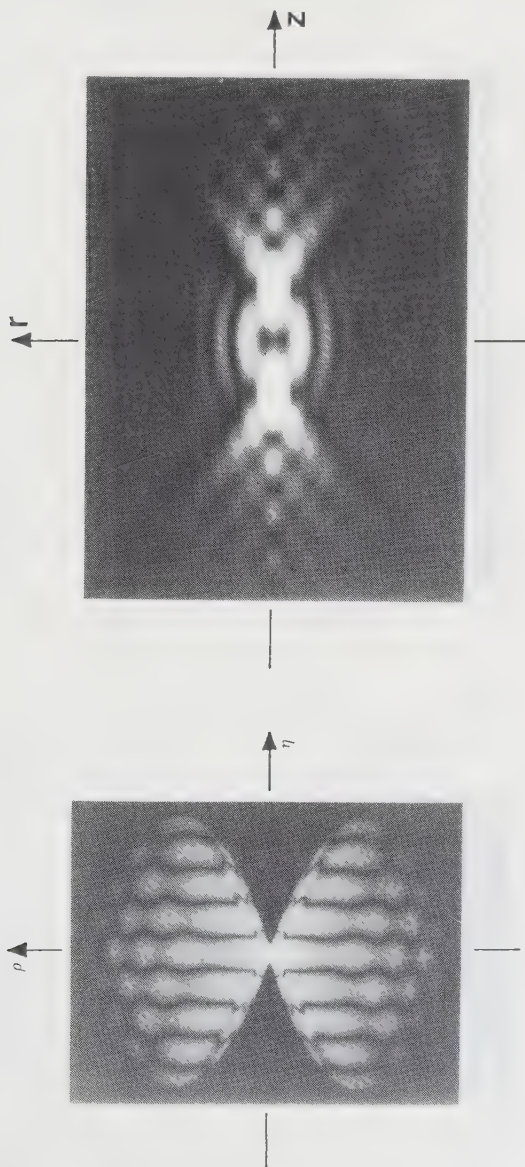
Wir haben also gesehen, daß die Auswahl der Pupillenfunktion die Form der 3-d Übertragungsfunktion und damit den Informationsgehalt des 3-d Bildes erheblich beeinflußt. In keinem Fall kann man jedoch durch geschickte Wahl der Pupille die grundsätzliche Unvollständigkeit der 3-d Information aufheben.

2.4. Diffus streuende Objekte

Der folgende Abschnitt ist nicht voll ausgearbeitet, es wird lediglich skizziert, daß die vorangegangene 3-d Übertragungstheorie auch für eine andere Objektklasse anwendbar ist: Wir betrachten ein Objekt, das das Licht völlig diffus streut, z.B. eine sehr raue Oberfläche. Bei einer kohärenten oder partiell kohärenten Beleuchtung entsteht dann bekanntlich im Bild eine mehr oder minder kontrastreiche "Speckle-Struktur". Wenn nun bei einem hochgeöffneten Abbildungssystem eine Speckle-Struktur entsteht, die erheblich feiner ist als das Auflösungsvermögen des Detektors (z.B. eine TV-Kamera), so wird die Speckle-Struktur aus dem Bild herausgemittelt. Unter diesen Umständen sieht die raue Objektoberfläche so aus wie ein inkohärenter Selbstleuchter.

Fig. 2.7.

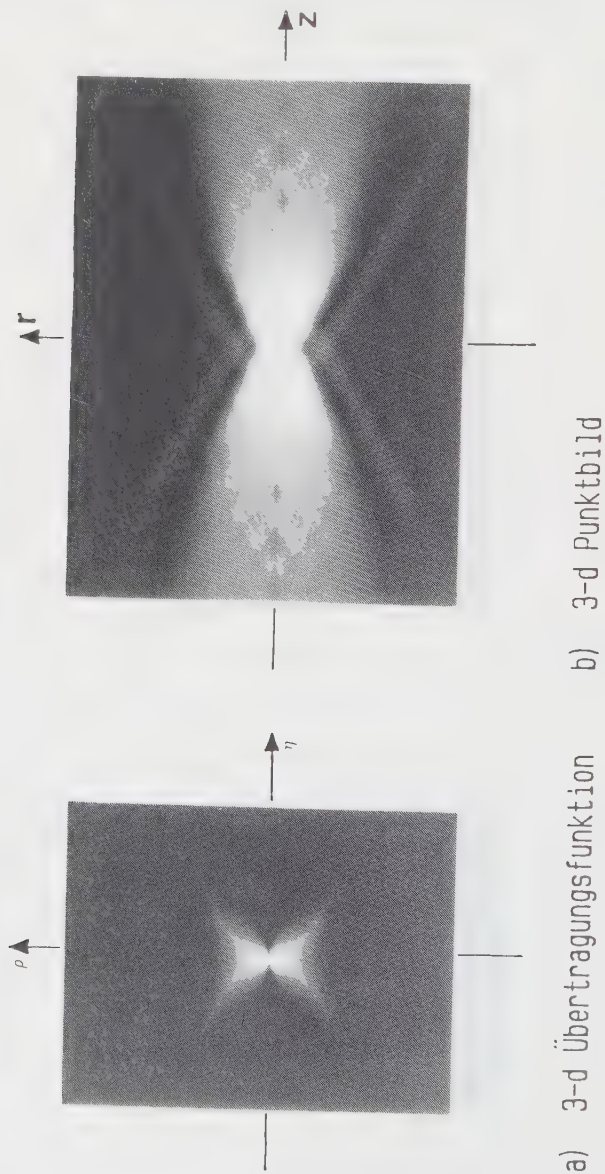
3-d Übertragungsfunktion und Punktbild für eine Fresnel-Zonenplatte als Pupillenfunktion



a) 3-d Übertragungsfunktion
b) 3-d Punktbild

Fig. 2.8.

3-d Übertragungsfunktion und Punktbild für eine apodisierte Pupille $\tilde{f}(\rho) = 1/(1+\rho)$



Das Objekt sei gekennzeichnet durch einen Reflektionskoeffizienten $R(\underline{x}, z) = R_0(\underline{x})\delta(z-F(\underline{x}))$, wobei $z = F(\underline{x})$ die Form der Oberfläche ist. Wegen der Rauigkeit kommt eine statistisch wild variierende Phasenstruktur ϕ hinzu:

$$S_{OBJ}(\underline{x}, z) = R(\underline{x}, z)\exp(i\phi(\underline{x}, z)) \quad (2.27.)$$

Die Beleuchtung erfolgt durch eine Welle mit der Amplitude $u_{IN}(\underline{x}, z)$. Direkt am Objekt ist das Streulicht deshalb gegeben durch $S_{OBJ} \cdot u_{IN}$. Die komplexe Amplitude im 3-d Bild ergibt sich durch Faltung mit der Amplitudenverteilung des 3-d Punktbildes $t(\underline{x}, z)$ (siehe Gl. 2.12.):

$$u(\underline{x}, z) = \int S_{OBJ}(\underline{x}-\underline{x}', z-z') u_{IN}(\underline{x}-\underline{x}', z-z') t(\underline{x}', z') d^2x' dz' \quad (2.28.)$$

wobei hier der Bequemlichkeit halber 1:1-Abbildung angenommen wird. Der Detektor mittelt die Bildintensität über eine kleine Fläche $\Delta x \cdot \Delta y$, nämlich seine Pixelgröße:

$$\begin{aligned} \langle E_{IMG}(\underline{x}, z) \rangle &= \langle \int S_{OBJ}(\underline{x}-\underline{x}', z-z') S_{OBJ}^*(\underline{x}-\underline{x}'', z-z'') \\ &\quad u_{IN}(\underline{x}-\underline{x}', z-z') \\ &\quad u_{IN}^*(\underline{x}-\underline{x}'', z-z'') t(\underline{x}', z') t^*(\underline{x}'', z'') d^2x' d^2x'' dz' dz'' \rangle \quad (2.29.) \end{aligned}$$

wobei die spitzen Klammern die Mittelung ausdrücken sollen. Falls $R(\underline{x}, z)$ langsam variiert im Vergleich mit der Pixelgröße, die Phase ϕ jedoch sehr schnell (Mikrorauigkeit), dann haben wir den folgenden Mittelwert zu berechnen:

$$\langle e^{i\phi(\underline{x}-\underline{x}', z-z') - i\phi(\underline{x}-\underline{x}'', z-z'')} \rangle = F(\underline{x}' - \underline{x}'', z' - z'') \quad (2.30.)$$

Hierbei wurde die Stationarität der Rauigkeit ϕ vorausgesetzt. Wenn die Phasenfunktion ϕ sehr wild und unkorreliert ist, so hat die Korrelation F einen scharfen Peak im Ursprung, im Grenzfall ergibt sich eine Deltafunktion. In diesem Fall vereinfacht sich Gl. (2.29.) erheblich:

$$\langle E_{\text{IMG}}(\underline{x}, z) \rangle = \int R(\underline{x} - \underline{x}', z - z') |u_{\text{IN}}(\underline{x} - \underline{x}', z - z')|^2 |t(x', z')|^2 dx' dz' \quad (2.31.)$$

Dies ist formal ganz analog zur Gl. (2.3.), d.h. die Objektoberfläche sieht tatsächlich aus wie ein inkohärenter Selbstleuchter. Falls man die Korrelation F nicht zu einer Deltafunktion idealisieren kann (weil das Fenster Δx zu klein ist verglichen mit der Punktbildgröße δx), muß man natürlich eine Theorie machen, die wie eine partiell kohärente Übertragungstheorie aussieht.

Die Voraussetzungen für die Gültigkeit der inkohärenten Übertragungstheorie für diffus streuende Objekte sind somit:

- Die Makrostruktur R variiert langsam verglichen mit der Pixelgröße Δx des Detektors.
- Die Rauigkeit (Phase ϕ) variiert sehr schnell, mit einer Korrelationslänge dx , verglichen sowohl mit den Pixeln Δx des Detektors als auch mit dem Auflösungsvermögen δx des Abbildungssystems.
- Der Detektor soll über die Speckle-Struktur mitteln.

Kurz gesagt:

$$dx \ll \delta x \ll \Delta x \quad (2.32.)$$

2.5. 3-d Abbildung mit Scan-Mikroskopen

Beim gewöhnlichen Mikroskop wird die Information über ein 3-d Objekt unvollständig übertragen, aufgrund der Frequenzlücken der 3-d Übertragungsfunktionen. Kann man durch geschickte Datenaufnahme diese Lücken schließen?

Naheliegender ist "optische Tomographie": man nimmt mehrere Datensätze auf und dreht unterdessen das Objekt. Dabei kommen die Frequenzlücken der 3-d Übertragungsfunktion (fehlender Kegel) auf immer anderen Teilen des Objektspektrums zu liegen. Daher kann schließlich mit einer linearen Filterung das Objekt restauriert werden. So einfach diese Idee theoretisch aussieht, praktisch erscheint sie nicht ganz so günstig: Zum einen muß man mehrere enorm große Datensätze speichern und verarbeiten, zum anderen kann man vielleicht häufig das Objekt nur schwer drehen (unter dem Mikroskop).

Eine andere vielversprechende Möglichkeit stellt das Scan-Mikroskop dar, wie es für den optischen Bereich in den letzten Jahren von SHEPPARD, CHOUDHURY, 1976, SHEPPARD, WILSON, 1977 und 1980, KORTH, FROSCHE, 1975 und WILKE et al. 1983 untersucht wurde (siehe auch mehrere Artikel in dem Buch von ASH, 1980).

Der grundsätzliche Aufbau eines "Typ-1 Scan-Mikroskopes" und eines "Typ-2 oder konfokalen Scan-Mikroskopes" ist in Fig. 2.9. gezeigt. Das Objekt $R(\underline{x}', z')$ wird konvergent beleuchtet durch die Intensitätsverteilung $T_c(\underline{x}', z')$, die vom Kondensor erzeugt wird. Wir nehmen an, daß die diffuse-Objekt-Näherung aus dem letzten Abschnitt gültig ist. Dann ergibt sich im Bildraum für die detektierte Intensitätsverteilung.

$$\langle E_{\text{IMG}}(\underline{x}, z) \rangle = \int R(\underline{x}', z') T_c(\underline{x}', z') T(\underline{x} - \underline{x}', z - z') d^2 x' dz' \quad (2.33.)$$

wobei T das 3-d Punktbild des Abbildungssystems ist.

Beim Typ-1 Scan-Mikroskop wird integral detektiert, d.h. das Signal ist

$$D_1 = \int E_{\text{IMG}}(\underline{x}, z = 0) d^2x \quad (2.34.)$$

Ein 2-d Bild entsteht nun, indem man das Objekt lateral in x- und y-Richtung bewegt. Einen 3-d Datensatz erhält man ganz entsprechend durch ein dreidimensionales rasterförmiges Durchfahren des Objektes:

$$D_1(\underline{x}_R, z_R) \sim \int R(\underline{x}' - \underline{x}_R, z' - z_R) I_C(\underline{x}', z') d^2x' dz' \quad (2.35.)$$

Das Objekt wird also mit der vom Kondensor erzeugten Lichtverteilung gefaltet. Mit anderen Worten: Beim Typ-1 Scan-Mikroskop ist der Kondensor das eigentlich abbildende System. Die Lichtverteilung $I_C(\underline{x}', z')$ ist jedoch ihrer Natur nach ebenfalls ein 3-d Punktbild. Demnach unterliegt das Typ-1 Scan-Mikroskop den gleichen Beschränkungen wie das übliche Mikroskop. Es ergeben sich gleichartige 3-d Übertragungsfunktionen.

Beim Typ-2 Scan-Mikroskop wird punktförmig am Ursprung detektiert, d.h. wir registrieren:

$$D_2 = \langle E_{\text{IMG}}(\underline{x} = 0, z = 0) \rangle \quad (2.36.)$$

Beim rasterförmigen Durchfahren des Objektes erhält man somit den folgenden 3-d Datensatz:

$$D_2(\underline{x}_R, z_R) = \int R(\underline{x}' - \underline{x}_R, z' - z_R) I_C(\underline{x}', z') I(\underline{x}', z') d^2x' dz' \quad (2.37.)$$

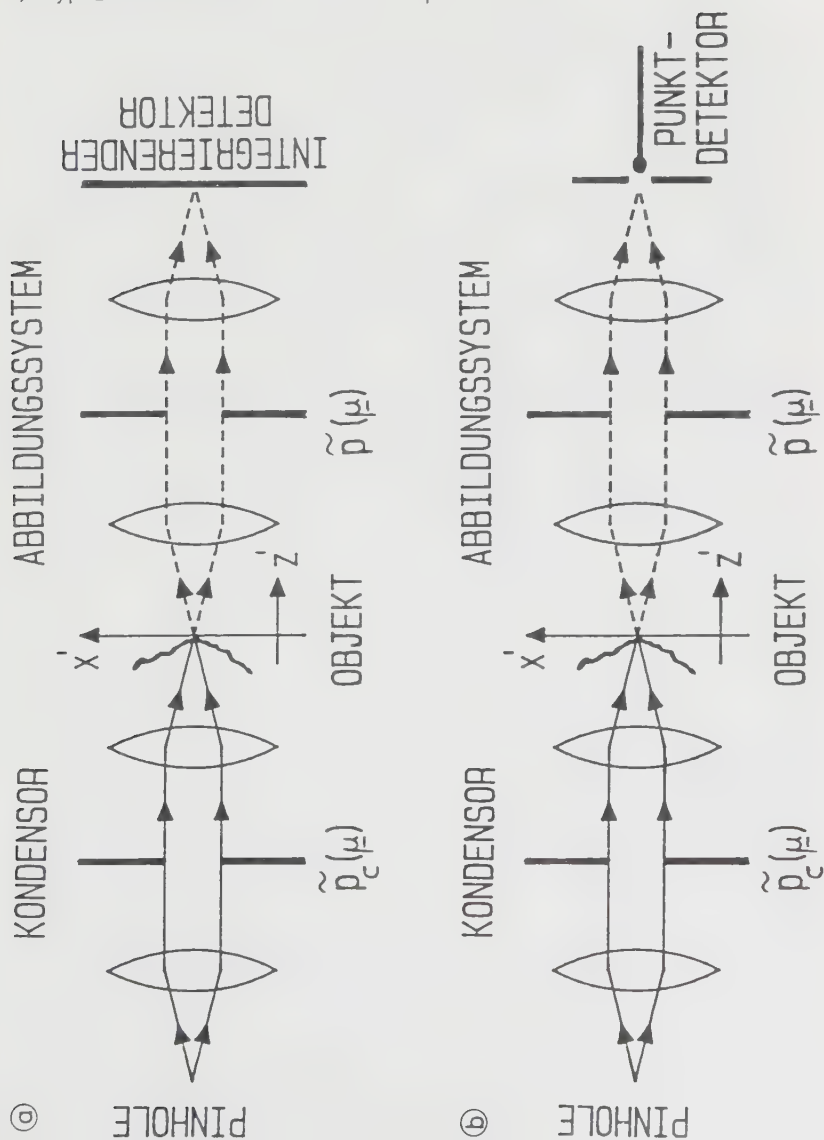
Das 3-d Punktbild ist also das Produkt aus der Lichtverteilung des Kondensors und der 3-d PSF des Abbildungssystems. Das bringt völlig neue 3-d Abbildungseigenschaften. Man sieht dies bereits geometrisch optisch: Beim üblichen und beim Typ-1 Scan-Mikroskop ist das 3-d Punktbild innerhalb der Apertur proportional zu z^{-2} . Beim konfokalen Mikroskop dagegen fällt die 3-d PSF

Fig. 2.9.

Prinzip von optischen Scan-Mikroskopen

(a) Typ-1 Mikroskop

(b) Typ-2 oder konfokales Mikroskop



mit z^{-4} . Daraus resultiert natürlich eine erheblich gesteigerte Tiefenauflösung (bzw. eine verringerte Schärfentiefe), wie bei SHEPPARD, WILSON, 1978 bereits beschrieben wurde. Für eine OTF-Theorie ist nun wesentlich, wie die Fourier-Transformierte der 3-d PSF $I_c \cdot I$ aussieht. Offenbar muß man die 3-d OTF des Typ-1 Mikroskopes $\tilde{I}_c(\mu, \eta)$ falten mit der 3-d OTF des normalen Mikroskopes $\tilde{I}(\mu, \eta)$. Leider kann man für das Resultat keine geschlossenen elementare Ausdrücke angeben. Man sieht jedoch schon anschaulich bei der Faltung, daß die kegelförmigen Frequenzlücken verschwinden. Außerdem erhöht sich die Bandbreite der übertragenen Frequenzen. Im Vergleich mit dem üblichen Mikroskop erwarten wir vom konfokalen Mikroskop daher ein erheblich erhöhtes Auflösungsvermögen (longitudinal wie auch lateral). Ferner ist - im Prinzip - die Aufnahme eines vollständigen 3-d Datensatzes möglich. Leider ist jedoch auch die 3-d Übertragungsfunktion des konfokalen Mikroskopes ein starker Tiefpaß. Bei dem Versuch einer Restauration sind daher bei den hohen Frequenzen Störungen durch Rauschen zu erwarten. Dennoch erscheint die Entwicklung konfokaler Mikroskope als Fortschritt, verglichen mit normalen Mikroskopen, sowie Typ-1 Scan-Mikroskopen. Mehr dazu im Abschnitt 4.5.

3. Grundlegende Beschränkungen für 3-d Lichtverteilungen

Wir haben im letzten Abschnitt gesehen, daß bei der Abbildung transparenter, inkohärent selbstleuchtender 3-d Objekte als 3-d Bild Lichtverteilungen mit erheblichen Frequenzlücken (fehlender Kegel) entstehen. In diesem Abschnitt soll diese Aussage verallgemeinert werden. Es wird gezeigt, daß jede Lichtverteilung, die der Wellengleichung genügt und die aus einer endlichen Apertur kommt, den gleichen Beschränkungen unterliegt. Als Vorbereitung für den Abschnitt 4, der sich mit partiell kohärent beleuchteten Objekten befaßt, untersuchen wir die Ausbreitungsgesetze für die Kohärenzfunktion ("mutual intensity"). Hieraus ergeben sich die genannten Einschränkungen für 3-d Intensitätsverteilungen. Zum Schluß wird eine verallgemeinerte Form des van Cittert-Zernike-Theorems für 3-d selbstleuchtende Objekte angegeben. Ausgehend von diesem Theorem lassen sich, wie in /12/ gezeigt, die Resultate des Abschnittes 2 kohärenz-theoretisch herleiten. Die hier untersuchten Einschränkungen für 3-d Intensitätsverteilungen wurden für kohärentes Licht bereits von LOHMANN, 1978 angegeben. Sie sind nicht nur für die Systemtheorie der 3-d Abbildung bedeutsam, sondern auch für die Darstellung von 3-d Information (3-d Display), ferner überall dort wo 3-d Intensitätsverteilungen synthetisiert werden sollen (Materialbearbeitung, Strahlenbehandlung in der Medizin, etc.).

3.1. Ausbreitung partiell kohärenter Wellenfelder

Im folgenden werden die Ausbreitungsgesetze für partiell kohärentes Licht, wie sie z.B. BORN, WOLF, 1968 angibt, zusammengefaßt; hierbei ergibt sich ein sechsdimensionales Analogon zur Ewald-Kugel: Sei $u(\vec{r}, t)$ das analytische Signal einer stationären skalaren Welle. Dann ist die Kohärenzfunktion definiert als die Korrelation

$$\Gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \tau) = \langle u(\vec{r}_1, t') u^*(\vec{r}_2, t' + \tau) \rangle \quad (3.1.)$$

Für quasi-monochromatisches Licht separiert sich die Kohärenzfunktion in einen zeitlichen Anteil sowie einen räumlichen Anteil J , der "wechselseitigen Intensität" (mutual intensity).

$$\Gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \tau) = J(\vec{r}_1; \vec{r}_2) \exp(i\omega\tau) \quad (3.2.)$$

In Zukunft bezeichnen wir J einfach als Kohärenzfunktion, um die umständliche Bezeichnung "wechselseitige Intensität" zu vermeiden. Die beobachtbare Intensität E steht auf der Diagonalen der Kohärenzfunktion:

$$E(\vec{r}) = J(\vec{r}; \vec{r}) = \Gamma(\vec{r}, \vec{r}; \tau = 0) \quad (3.3.)$$

Offensichtlich ist, daß die Kohärenzfunktion hermitesch sein muß, und die Intensität positiv:

$$E(\vec{r}) = J(\vec{r}; \vec{r}) \geq 0 \quad (3.4.)$$

$$J(\vec{r}_1; \vec{r}_2) = J^*(\vec{r}_2; \vec{r}_1) \quad (3.5.)$$

Im freien Raum erfüllt die Kohärenzfunktion Wellengleichungen bezüglich beider Variabler:

$$(\Delta_1 + k^2)J(\vec{r}_1; \vec{r}_2) = 0 \quad (3.6.)$$

wobei Δ_1 sich auf die Variable $\vec{r}_1$, $1 = 1, 2$ bezieht. Die allgemeine Lösung beider Gleichungen finden wir durch eine 3-d Fourier-Transformation:

$$\begin{aligned} \tilde{J}(\underline{\mu}_1, \eta_1; \underline{\mu}_2, \eta_2) &= \int J(\underline{x}_1, z_1; \underline{x}_2, z_2) \\ &\exp[-2\pi i(\underline{\mu}_1 \cdot \underline{x}_1 - \underline{\mu}_2 \cdot \underline{x}_2 + \eta_1 z_1 - \eta_2 z_2)] d^3 r_1 d^3 r_2 \end{aligned} \quad (3.7.)$$

Hierbei werden die 3-d Koordinaten $\vec{r} = (\underline{x}, z)$, $\vec{\rho} = (\underline{\mu}, \eta)$ in den lateralen Anteil $\underline{x} = (x, y)$ bzw. $\underline{\mu} = (\mu_x, \mu_y)$ sowie in einen longitudinalen Anteil z bzw. η zerlegt. Dies erweist sich als günstig, weil in optischen Instrumenten die optische Achse

eine ausgezeichnete Richtung ist. Obiges Fourier-Integral konvergiert, falls quergedämpfte ("evanescent") Wellen vernachlässigt werden dürfen. Aus den Helmholtz-Gleichungen (3.6.) folgt somit

$$(\underline{\mu}_1^2 + \eta_1^2 - \lambda^{-2}) \cdot \tilde{J} \equiv 0 \quad 1 = 1, 2 \quad (3.8.)$$

Das bedeutet, daß das 6-d Spektrum $\tilde{J}$ der Kohärenzfunktion überall gleich Null sein muß, außer auf dem Schnitt zweier Hyperflächen im 6-d Raum:

$$S_1: \quad \underline{\mu}_1^2 + \eta_1^2 = \lambda^{-2} \quad (3.9.)$$

$$S_2: \quad \underline{\mu}_2^2 + \eta_2^2 = \lambda^{-2}$$

Der Schnitt $S = S_1 \cap S_2$ ist eine vierdimensionale Mannigfaltigkeit und stellt das kohärenztheoretische Analogon zur Ewald-Kugel dar. Da der Träger von $\tilde{J}$ vierdimensional ist, muß eine viervariablige Funktion hinreichend sein, um die Kohärenzfunktion im gesamten Raum vollständig zu bestimmen. Daher kann man die Kohärenzfunktion beispielsweise aus der folgenden Randbedingung berechnen, wenn man voraussetzt, daß sich Licht nur in (+z)-Richtung ausbreitet (der rechte Halbraum sei quellenfrei):

$$J_0(\underline{x}_1; \underline{x}_2) = J(\underline{x}_1, z_1 = 0; \underline{x}_2, z_2 = 0) \quad (3.10.)$$

Die Lichtausbreitung wird beschrieben durch folgende Gesetze, die allesamt zueinander Fourier-äquivalent sind:

$$\tilde{J}(\underline{\mu}_1, \eta_1; \underline{\mu}_2, \eta_2) = \tilde{J}_0(\underline{\mu}_1; \underline{\mu}_2) \delta(\eta_1 - \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_1^2}) \delta(\eta_2 - \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_2^2}) \quad (3.11.a)$$

$$\tilde{J}(\underline{\mu}_1, z_1; \underline{\mu}_2, z_2) = \tilde{J}_0(\underline{\mu}_1; \underline{\mu}_2) \exp[2\pi i(z_1 \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_1^2} - z_2 \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_2^2})] \quad (3.11.b)$$

$$J(\underline{x}_1, z_1; \underline{x}_2, z_2) = \int J_0(\underline{x}'_1; \underline{x}'_2) K(\underline{x}_1 - \underline{x}'_1, z_1; \underline{x}_2 - \underline{x}'_2, z_2) d^2 x'_1 d^2 x'_2$$

$$K(\underline{\xi}_1, z_1; \underline{\xi}_2, z_2) = \int \exp[2\pi i(z_1 \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_1^2} - z_2 \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_2^2})] \exp[2\pi i(\underline{\mu}_1 \cdot \underline{\xi}_1 - \underline{\mu}_2 \cdot \underline{\xi}_2)] d^2 \mu_1 d^2 \mu_2 \quad (3.11.c)$$

3.2. 3-d Intensitätsverteilungen

Im allgemeinen beobachtet man nicht direkt Kohärenzfunktionen, sondern vielmehr die 3-d Intensitätsverteilung, die gemäß Gl. (3.3.) auf der Diagonalen $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$ steht; mit anderen Worten, uns interessiert der Schnitt $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$ im 6-d Raum. Weil nun Schneiden und Projizieren zueinander Fourier-reziproke Operationen sind, erhält man als Fourier-Gegenstück zur Gl. (3.3.) folgende Projektion:

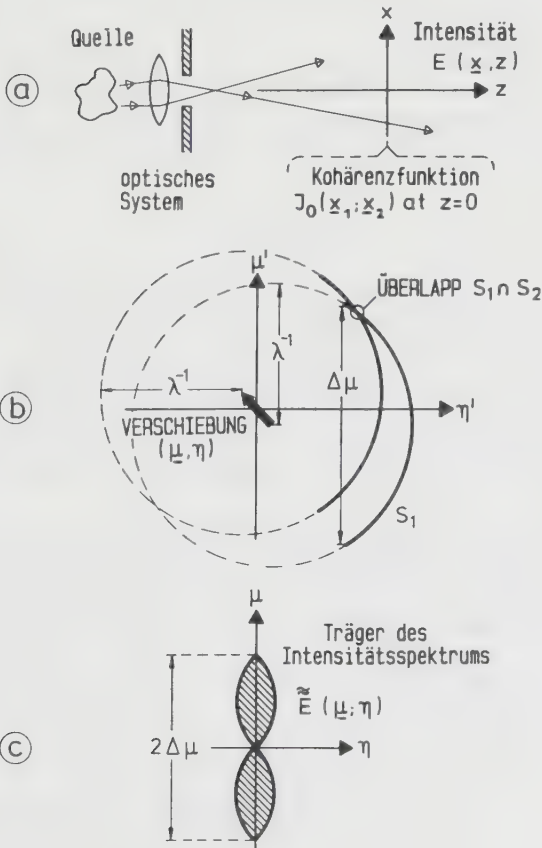
$$\tilde{E}(\underline{\mu}, \eta) = \int \tilde{J}(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu}, \eta' + \frac{1}{2}\eta; \underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu}, \eta' - \frac{1}{2}\eta) d^2\mu' d\eta' \quad (3.12.)$$

Dieses Integral wird in Fig. 3.1. veranschaulicht: Das Licht soll aus einem optischen System mit endlicher Apertur kommen und sich in dem quellenfreien Halbraum $z \geq 0$ ausbreiten. In Fig. 3.1.b wird der Integrand gezeigt, d.h. über den $(\underline{\mu}', \eta')$ -Raum ist zu integrieren. Nur dort, wo sich die Ewald-Kugeln S_1 und S_2 schneiden, hat der Integrand einen Wert. Wegen der endlichen Apertur spielen nur die "Polkappen" der Ewald-Kugeln eine Rolle. Der Schnitt ist im 3-d Raum ein Ausschnitt aus einer Kreislinie (in der Zeichnung ein Punkt). Hieraus erkennt man, daß nur für ganz bestimmte Verschiebungsvektoren $(\underline{\mu}, \eta)$ das Integral einen Wert ungleich Null annehmen kann. Daher hat das Intensitätsspektrum $\tilde{E}$ nur einen beschränkten Träger, der in Fig. 3.1.c dargestellt ist. Dieser (nach Rotation um die η -Achse) torusförmige Körper beschränkt grundsätzlich das 3-d Intensitätsspektrum. Wir kennen diesen Körper bereits als den Träger der inkohärenten 3-d Übertragungsfunktionen aus Abschnitt 2. Die Einschränkung auf diesen Träger resultiert aus der Wellennatur des Lichtes und aus der endlichen Größe der Apertur und ist somit nicht beschränkt auf kohärente Systeme (LOHMANN, 1978) bzw. inkohärente Abbildung (Abschnitt 2).

Für den späteren Gebrauch im Abschnitt 4 dieser Arbeit setzen wir das Ausbreitungsgesetz (3.11.) in das Projektionsgesetz (3.12.) ein und erhalten:

Fig. 3.1.

- (a) Das Wellenfeld wird von einem optischen System mit endlicher Apertur erzeugt.
- (b) Veranschaulichung des Integrandes von Gl. (3.12.): Nur wo sich die beiden Ewald-Kugeln S_1 und S_2 schneiden, ist der Integrand ungleich Null.
- (c) Hieraus ergibt sich als Träger des Intensitätsspektrums ein torusartiger Körper.



$$\tilde{E}(\underline{\mu}, \eta) = \int \tilde{J}_0(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu}; \underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu}) \delta(\eta - \sqrt{\lambda^2 - (\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu})^2} + \sqrt{\lambda^2 - (\underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu})^2}) d^2\mu' \quad (3.13.a)$$

In einer paraxialen Näherung (kleine Winkel) gilt der einfachere Zusammenhang:

$$\tilde{E}(\underline{\mu}, \eta) = \int \tilde{J}_0(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu}; \underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu}) \delta(\eta + \lambda \underline{\mu} \cdot \underline{\mu}') d^2\mu' \quad (3.13.b)$$

Eine einfache Konsequenz dieser Gleichungen ist der Energiesatz: Bei der lateralen Frequenz $\underline{\mu} = \underline{0}$ hat das Spektrum eine Delta-Singularität:

$$\tilde{E}(\underline{\mu} = \underline{0}, \eta) = \delta(\eta) \int \tilde{J}_0(\underline{\mu}'; \underline{\mu}') d^2\mu' = E_{\text{PLANAR}} \delta(\eta)$$

Infolgedessen ist die Energie innerhalb einer Ebene (senkrecht zur optischen Achse) konstant:

$$\int E(\underline{x}, z) d^2x = E_{\text{PLANAR}} \quad \text{unabhängig von } z \quad (3.14.)$$

Wie bereits bei der 3-d OTF-Theorie für inkohärente selbstleuchtende Objekte erwähnt wurde, drückt die Form des Trägers des 3-d Intensitätsspektrums zwei fundamentale Grenzen aus:

- 1) Um zu einem bestimmten Ort im Raum zu gelangen, braucht das Licht "Zu- und Abfahrtswege"; Daher ist auch an benachbarten Stellen (innerhalb des Lichtkegels) die Intensität ungleich Null.
- 2) Aufgrund der Wellennatur des Lichtes tritt Beugung an der Apertur auf, was insbesondere bei den hohen Ortsfrequenzen eine Rolle spielt.

3.3. Verallgemeinerung des van Cittert-Zernike-Theorems

In diesem Abschnitt wird der Anschluß hergestellt zwischen den bisherigen kohärenz-theoretischen Betrachtungen und der 3-d OTF-Theorie für transparente inkohärent selbstleuchtende 3-d Objekte aus Abschnitt 2. Es wird die Kohärenzfunktion angegeben, die durch eine derartige Lichtquelle erzeugt wird. Wir betrachten den optischen Aufbau in Fig. 3.2.

Die Lichtquellenverteilung innerhalb einer einzelnen Ebene $z = z'$ erzeugt die Kohärenzfunktion $S_{\text{OBJ}}(\underline{x}_1, z') \delta(\underline{x}_1 - \underline{x}_2)$. Die Deltafunktion besagt, daß das Licht inkohärent ist, weil dann die Lichtwellen von verschiedenen Punkten $\underline{x}_1 \neq \underline{x}_2$ unkorreliert sind. Wir müssen nun diese Kohärenzfunktion einerseits in z -Richtung sich ausbreiten lassen, und andererseits über alle Ebenen z' der Lichtquelle aufintegrieren. Somit folgt aus Gl. (3.11.c):

$$J(\underline{x}_1, z_1; \underline{x}_2, z_2) = \int S_{\text{OBJ}}(\underline{x}'_1, z') \delta(\underline{x}'_1 - \underline{x}'_2) K(\underline{x}_1 + \underline{x}'_1, z_1 - z'; \underline{x}_2 - \underline{x}'_2, z_2 - z') d^2 \underline{x}'_1 d^2 \underline{x}'_2 dz' \quad (3.15.)$$

Wenn wir dieses Integral für die Ebene $z_1 = z_2 = z = 0$ auswerten, erhalten wir die Kohärenzfunktion

$$J_{\text{OBJ}}(\underline{x}_1; \underline{x}_2) = \int \tilde{S}_{\text{OBJ}}(\underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2, \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_1^2}, \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_2^2}) \exp[2\pi i (\underline{\mu}_1 \cdot \underline{x}_1 - \underline{\mu}_2 \cdot \underline{x}_2)] d^2 \underline{\mu}_1 d^2 \underline{\mu}_2 \quad (3.16.)$$

Die Fourier-äquivalente Formulierung (d.h. die Kohärenzfunktion in der Ebene $z = 2f$ von Fig. 10) sieht etwas einfacher aus:

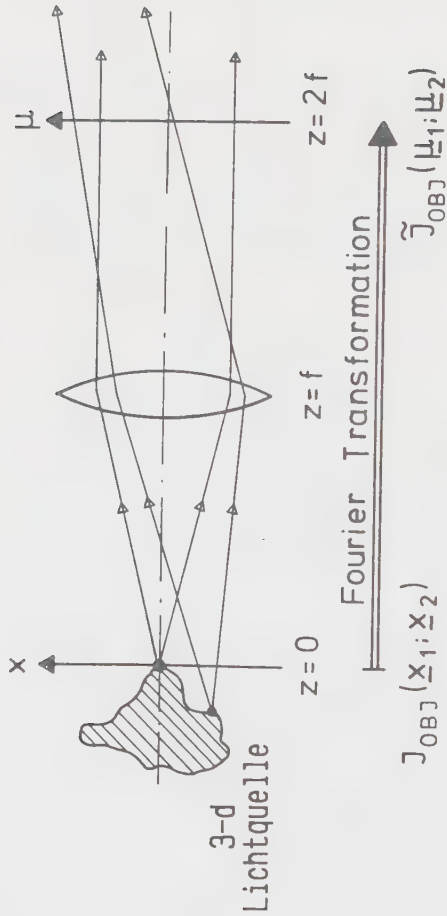
$$\tilde{J}_{\text{OBJ}}(\underline{\mu}_1; \underline{\mu}_2) = \tilde{S}_{\text{OBJ}}(\underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2, \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_1^2}, \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_2^2}) \quad (3.16.a)$$

oder in paraxialer Näherung:

$$\tilde{J}_{\text{OBJ}}(\underline{\mu}_1; \underline{\mu}_2) = \tilde{S}_{\text{OBJ}}(\underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2, \frac{\lambda}{2} (\underline{\mu}_2^2 - \underline{\mu}_1^2)) \quad (3.16.b)$$

Fig. 3.2.

Zur Verallgemeinerung des van Cittert-Zernike-Theorems auf 3-d Lichtquellen.



Dies ist eine Verallgemeinerung des van Cittert-Zernike-Theorems (BORN, WOLF, 1968) auf 3-d Lichtquellen: Das van Cittert-Zernike-Theorem besagt, daß für eine 2-d inkohärente Lichtquelle $S_{OBJ}(\underline{x}, z) = S_o(\underline{x})\delta(z)$ die Kohärenzfunktion in der Fourier-Ebene $z = 2f$ nur von der Koordinatendifferenz $\underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2$ abhängt. Dies ist ein Spezialfall der Gleichung (3.16.), weil dann nämlich $\tilde{S}_{OBJ}$ nicht mehr von der longitudinalen Frequenz η abhängt. Bei 3-d Lichtquellen dagegen hängt die Kohärenzfunktion, wie man sieht, von beidem, der Differenzkoordinate $\underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2$ und von der Schwerpunktskoordinate $(\underline{\mu}_1 + \underline{\mu}_2)/2$ ab.

Wenn man das System in Fig. 10 durch einen weiteren Fourier-Schritt zu einem Abbildungssystem ergänzt, dann kann man auch mit dem skizzierten kohärenztheoretischen Formalismus die 3-d OTF-Theorie aus dem Abschnitt 2 herleiten (siehe /12/).

4. 3-d Abbildung schwach beugender Objekte

Die im Abschnitt 2 entwickelte Theorie der 3-d Bildentstehung gestattet einen Einblick in die systemtheoretischen Eigenschaften der 3-d Abbildung. Leider beschränkt sich diese Theorie auf eine kleine Klasse von Objekten. Für die Praxis wichtig sind jedoch 3-d Transmissions-Objekte in der Mikroskopie, z.B. viele biologische und medizinische Präparate. Diese werden aus zwei Gründen von der bisherigen Theorie noch nicht einmal qualitativ erfaßt:

- 1) Das Objekt ist komplex; zum 3-d Bild trägt sowohl die 3-d Verteilung absorbierender Stoffe als auch die 3-d Phasenstruktur bei, und zwar in unterschiedlicher Weise.
- 2) Beim Mikroskop ist die Beleuchtung üblicherweise partiell kohärent; die Erfahrung zeigt, daß Änderungen der Beleuchtungsapertur das Aussehen des 3-d Bildes ganz erheblich beeinflussen.

Eine vollständige Theorie der 3-d Bildentstehung ist sehr schwierig, weil das vom Objekt gebeugte Licht im allgemeinen aufgrund von Mehrfachbeugung in einer nichtlinearen Weise von der 3-d Objektstruktur abhängt (siehe Abschnitte 4.2. und 4.3.). Daher beschränken wir uns auf eine lineare Näherung (Born-Näherung 1. Ordnung). Zuvor jedoch werden die systemtheoretischen Einschränkungen für die 3-d Abbildung durch die "3-d Apertur" im Abschnitt 4.1. anschaulich erläutert. Das Hauptresultat dieses Kapitels werden die 3-d Übertragungsfunktionen für Objektamplitude (absorbierende Strukturen) und Objekt-Phase sein, sowie deren Abhängigkeit von der Beleuchtungsapertur.

4.1. Die 3-d Apertur

E. ABBE, 1873 entwickelte die Theorie für das Auflösungsvermögen des Mikroskopes für 2-d Strukturen. Er hatte die wegweisende Idee, ebene Gitter als "Elementar-Objekte" zu betrachten. Ein Mikroskop ist in der Lage, ein solches Elementargitter

abzubilden, wenn (mindestens) die erste Beugungsordnung durch die Pupille des Abbildungssystemes geht. Andernfalls ist die Beugungsgrenze überschritten und die Ortsfrequenz des Gitters wird nicht durch das Abbildungssystem übertragen.

Die 3-d Bildentstehung kann man auf ähnliche Weise qualitativ verstehen. Jedes 3-d Objekt kann durch eine 3-d Fourier-Transformation in elementare Volumengitter zerlegt werden. Wenn man ein Volumengitter beleuchtet, tritt Bragg-Beugung auf, d.h. das Licht wird nur dann gebeugt, wenn die Wellenlänge und die Ausbreitungsrichtung der Welle in dem Volumengitter passen. Falls nun Licht gebeugt wird, so kann das gebeugte Licht nur dann zur 3-d Bildentstehung beitragen, wenn es die Pupille des Abbildungssystemes passieren kann (wieder eine Abbe-Bedingung). Wir wollen nun das Zusammenspiel der Bragg- und der Abbe-Bedingung studieren: Wir betrachten dazu das Abbildungssystem in Fig. 4.1. Ein elementares Objekt besteht aus einem Volumengitter mit der Ortsfrequenz $\vec{\rho}_0 = (\underline{\mu}_0, \eta_0)$, wobei wie üblich $\underline{\mu}_0 = (\mu_x, \mu_y)$ der laterale Teil und η_0 der longitudinale Teil (in Richtung der optischen Achse) ist. Durch den Kondensor wird das Objekt beleuchtet. Ein vom Quellenpunkt $\underline{\mu} = \underline{\mu}_s$ ausgehender Beleuchtungsstrahl hat den Wellenvektor $\vec{\rho}_s = (\underline{\mu}_s, \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_s^2})$. Diese Welle tritt in Wechselwirkung mit genau denjenigen Volumengittern ρ_0 , die aufgrund einer Bragg-Bedingung dazu passen. Das gebeugte Licht hat den Wellenvektor $\vec{\rho}_D = (\underline{\mu}_D, \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_D^2})$:

$$\vec{\rho}_D = \vec{\rho}_s + \vec{\rho}_0 \quad (4.1.)$$

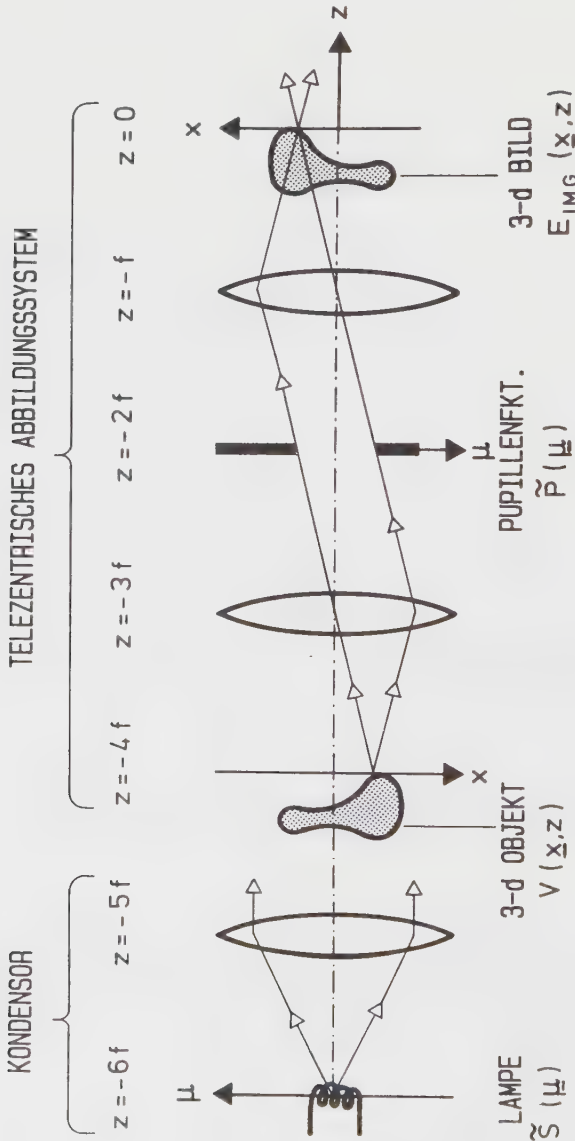
Das gebeugte Licht trägt nur dann zur Bildentstehung bei, wenn es durch die Pupille mit dem Radius ρ_p hindurchpaßt:

$$|\underline{\mu}_D| = |\underline{\mu}_s + \underline{\mu}_0| \leq \rho_p \quad (4.2.)$$

Das Beleuchtungslicht kommt von einer endlich ausgedehnten Lichtquelle mit dem Radius ρ_s :

Fig. 4.1.

3-d Abbildung eines partiell-kohärent im Durchlicht beleuchteten Objektes durch ein telezentrisches Abbildungssystem



$$|\underline{\mu}_s| \leq \rho_s \quad (4.3.)$$

Daher findet man in lateraler Richtung die Abbe'sche Beugungsgrenze:

$$|\underline{\mu}_0| = |\underline{\mu}_D - \underline{\mu}_s| \leq \rho_s + \rho_p \quad (4.4.)$$

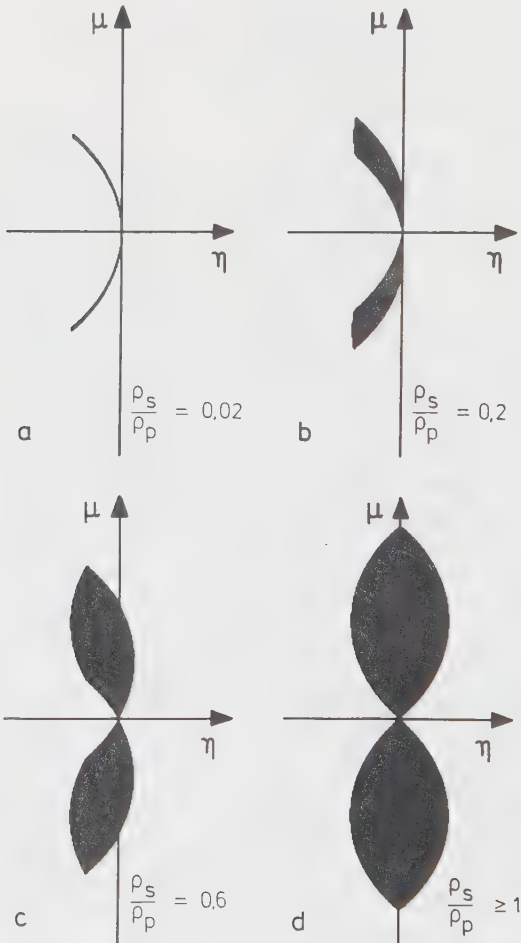
Zusätzlich liefert jedoch die Bragg-Bedingung (4.1.) eine longitudinale Beugungsgrenze:

$$\eta_0 = \sqrt{\lambda^{-2} - (\underline{\mu}_0 + \underline{\mu}_s)^2} - \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_s^2} \quad (4.5.)$$

Für eine gegebene laterale Objekt-Frequenz $\underline{\mu}_0$ sind (bei gegebener Beleuchtungs- und Abbildungsapertur) nur ganz bestimmte longitudinale Frequenzen η_0 mit der Gleichung (4.5.) verträglich. Die Mengen der erreichbaren 3-d Ortsfrequenzen $(\underline{\mu}_0, \eta_0)$ sind in Fig. 4.2. graphisch dargestellt (für runde Pupillen muß man sich die Bilder um die η_0 -Achse rotiert vorstellen, um einen Eindruck von der räumlichen Form zu bekommen). Nur diejenigen Ortsfrequenzen $(\underline{\mu}_0, \eta_0)$, die in den schwarz dargestellten Gebieten liegen, erfüllen gleichzeitig die Bragg- und die Abbe-Bedingung und können daher bei der 3-d Bildentstehung mitwirken. Wir bezeichnen deshalb diese Gebiete in Anlehnung an McCUTCHEN, 1964 als "3-d Aperturen": Sie sind die absolute Begrenzung für die 3-d Datengewinnung durch optische Schnitte. Fig. 4.2. zeigt, daß man umso mehr Information über das Objekt einsammeln kann, je inkohärenter die Beleuchtung ist. Im kohärenten Grenzfall $\rho_s \rightarrow 0$ überträgt das Abbildungssystem nur einen Schnitt des Objekt-Spektrums mit der Ewald-Kugel, wie dies z.B. gezeigt wurde von WOLF, 1969 oder in der akustischen Tomographie von MUELLER et. al., 1979, KAVEH et. al., 1979. Die 3-d Apertur tauchte auch schon als Begrenzung für 3-d Intensitätsverteilungen auf bei LOHMANN, 1978, sowie bei der 3-d OTF-Theorie der inkohärenten Abbildung, bei FRIEDEN, 1967 und im Abschnitt 2 dieser Arbeit. Man sollte vielleicht noch daran erinnern, daß bei den Betrachtungen über die 3-d Apertur implizit bereits

Fig. 4.2.

Die Form der 3-d Apertur hängt ab vom Verhältnis der Beleuchtungs- zur Abbildungsapertur ρ_s/ρ_p . Falls $\rho_s/\rho_p \ll 0.1$, kommen wir zum Grenzfall der kohärenten Beleuchtung, während die komplett inkohärente Beleuchtung bei $\rho_s/\rho_p \gg 1$ angesiedelt ist.



eine Born-Näherung erster Ordnung gemacht wurde, weil wir angenommen haben, daß das Licht nur ein einziges Mal im Objekt gebeugt wird.

4.2. Born-Näherung für partiell kohärent beleuchtete Objekte

Wir wollen nunmehr daran gehen, die qualitativen Betrachtungen des vorangegangenen Abschnittes quantitativ zu untermauern. Dazu brauchen wir eine Theorie der Lichtausbreitung innerhalb des 3-d Objektes. Das Objekt werde beschrieben durch eine 3-d Verteilung des Brechungsindex $n(\vec{r})$, welcher komplex sein darf, falls Absorption vorhanden ist. Wenn sich das Objekt nur langsam ändert, verglichen mit der Wellenlänge λ der quasimonochromatischen Beleuchtung, so gehorcht das Wellenfeld $u(\vec{r})$ einer skalaren Helmholtz-Gleichung:

$$(\vec{\nabla}^2 + n^2(\vec{r})k^2)u(\vec{r}) = 0 \quad (4.6.)$$

Etwas praktischer ist die Beschreibung des Objektes durch ein "Streupotential" $V(\vec{r})$, das außerhalb des Objektes verschwindet:

$$V(\vec{r}) = k^2(1-n^2(\vec{r})) \quad (4.7.)$$

$$(\vec{\nabla}^2 + k^2)u(\vec{r}) = V(\vec{r})u(\vec{r}) \quad (4.8.)$$

Weil in unserem Abbildungssystem (Fig. 4.1.) die Beleuchtung partiell kohärent ist, wollen wir gleich mit der Kohärenzfunktion J weiterrechnen, die als der Erwartungswert über die wilden Fluktuationen des quasimonochromatischen Wellenfeldes definiert ist (siehe Abschnitt 3 dieser Arbeit und BORN, WOLF, 1968):

$$J(\vec{r}_1; \vec{r}_2) = \langle u(\vec{r}_1)u^*(\vec{r}_2) \rangle \quad (4.9.)$$

Aus dieser Definition sieht man sofort, daß die Kohärenzfunktion zwei Helmholtz-Gleichungen erfüllen muß:

$$(\vec{\nabla}_1^2 + k^2)J(\vec{r}_1; \vec{r}_2) = V(\vec{r}_1)J(\vec{r}_1; \vec{r}_2) \quad (4.10.a)$$

$$(\vec{\nabla}_2^2 + k^2)J(\vec{r}_1; \vec{r}_2) = V^*(\vec{r}_2)J(\vec{r}_1; \vec{r}_2) \quad (4.10.b)$$

wobei $\vec{\nabla}_j$ eine Differentiation bezüglich $\vec{r}_j$ bedeutet mit $j = 1, 2$. Falls kein Objekt vorhanden ist ($V = 0$), beobachten wir nur die beleuchtende Kohärenzfunktion J_{IN} alleine:

$$(\vec{\nabla}_j^2 + k^2)J_{IN}(\vec{r}_1; \vec{r}_2) = 0 \quad j = 1, 2 \quad (4.10.c,d)$$

Der nächste Schritt in Richtung auf die Born-Näherung hin, ist die formale Lösung des Gleichungssystems (4.10.) durch eine Integralgleichung. Wir brauchen dazu die Green'sche Funktion der Helmholtz-Gleichung:

$$(\vec{\nabla}^2 + k^2)G(\vec{r} - \vec{r}') = \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (4.11.)$$

Bekanntlich ist die Green'sche Funktion eine Kugelwelle, die vom Punkt $\vec{r} = \vec{r}'$ ausgeht. Indem man die Operatoren $(\vec{\nabla}_j^2 + k^2)$, $j = 1, 2$ anwendet und die Gleichungen (4.10.) und (4.11.) benutzt, kann man leicht verifizieren, daß die Kohärenzfunktion J der folgenden Integralgleichung genügt:

$$\begin{aligned} J(\vec{r}_1; \vec{r}_2) = & J_{IN}(\vec{r}_1; \vec{r}_2) + \iint \{ G(\vec{r}_1 - \vec{r}_1') V(\vec{r}_1') \delta(\vec{r}_2 - \vec{r}_2') + \\ & + \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_1') G^*(\vec{r}_2 - \vec{r}_2') V^*(\vec{r}_2') - \\ & - G(\vec{r}_1 - \vec{r}_1') V(\vec{r}_1') G^*(\vec{r}_2 - \vec{r}_2') V^*(\vec{r}_2') \} J(\vec{r}_1'; \vec{r}_2') d^3 r_1' d^3 r_2' \end{aligned} \quad (4.12.)$$

Der in der Quantenmechanik übliche Operatorformalismus erlaubt eine etwas kompaktere und übersichtlichere Schreibweise dieser Gleichungen. Da dies jedoch nur für diesen einen Abschnitt wirkliche Vorteile bringen würde, wird darauf verzichtet. Die Integralgleichung (4.12.) ist linear in der Kohärenzfunktion J , während das Objekt V in einer bilinearen Form vorkommt. Die entscheidende Idee für eine BORN-Näherung ist nun die Gleichung

(4.12.) auf iterativem Weg durch sukzessive Approximation zu lösen. Aus dem Fixpunktsatz von BANACH (siehe z.B. RALL, 1969 und MARTENSEN, 1972) weiß man, daß zumindestens für schwache Objekte $|V| \ll 1$

- (a) eine Lösung existiert
- (b) die Lösung eindeutig ist und
- (c) die Iteration gegen diese Lösung konvergiert.

Bei der sukzessiven Approximation werden zur Berechnung von J immer wieder Integrale, die das Objekt V und V^* enthalten, hintereinander geschaltet. Deswegen hängt das Wellenfeld auf eine nichtlineare Art und Weise mit dem Objekt zusammen. Um zu einer mathematisch leicht handhabbaren Theorie zu kommen, linearisieren wir das Problem: Die Iteration wird gestartet mit $J = J_{IN}$, weil es beim schwach beugenden Objekt (verglichen mit der Beleuchtung) wenig gebeugtes Licht gibt. In erster Näherung und, wenn wir den im Objekt bilinearen Term vernachlässigen, gilt sodann:

$$J(\vec{r}_1; \vec{r}_2) = J_{IN}(\vec{r}_1; \vec{r}_2) + \iint \{ G(\vec{r}_1 - \vec{r}_1') V(\vec{r}_1') \delta(\vec{r}_2 - \vec{r}_2') + \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_1') G^*(\vec{r}_2 - \vec{r}_2') V^*(\vec{r}_2') \} J_{IN}(\vec{r}_1'; \vec{r}_2') d^3 r_1' d^3 r_2' \quad (4.13.)$$

In dieser Born-Näherung 1. Ordnung wird nur dasjenige Licht berücksichtigt, das entweder unbeeinflusst das Objekt durchquert hat, oder das höchstens einmal innerhalb des Objektes gebeugt wurde. Außerdem berücksichtigen wir nur den Interferenzterm des gebeugten Lichtes mit der 0.) Ordnung; die Intensität des gebeugten Lichtes wird vernachlässigt (verglichen mit der Beleuchtungsintensität).

4.3. 3-d Bildentstehung in Born-Näherung 1. Ordnung

Im vbrangegangenen Abschnitt wurde skizziert, wie sich das Licht (in Born-Näherung 1. Ordnung) durch das 3-d Objekt hindurch ausbreitet. Mit diesem Rüstzeug können wir die 3-d Bildentstehung beim Abbildungssystem in Fig. 4.1. untersuchen.

Das Ziel unserer Berechnungen ist eine Beziehung zwischen der Intensitätsverteilung $E_{\text{IMG}}(\underline{x}, z)$ im 3-d Bild und dem Objekt herzustellen. Dazu gehen wir den folgenden Weg:

- 1) Mit Hilfe des van Cittert-Zernike-Theorems erhalten wir die das Objekt beleuchtende Kohärenzfunktion $J_{\text{IN}}(\underline{x}_1, z_1; \underline{x}_2, z_2)$, die von der Lichtquelle in der Ebene $z = -6f$ erzeugt wird.
- 2) Die sich im Objekt ausbreitende Kohärenzfunktion $J(\underline{x}_1, z_1; \underline{x}_2, z_2)$ finden wir mit Hilfe der Born-Näherung Gl. (4.13.).
- 3) Das Abbildungssystem wird nur von Lichtwellen erreicht, die sich vorwärts in (+z)-Richtung ausbreiten. Diese Lichtwellen sind komplett bestimmt, wenn man die Kohärenzfunktion unmittelbar hinter dem Objekt kennt, d.h. $J_{\text{OBJ}}(\underline{x}_1; \underline{x}_2) = J(\underline{x}_1, z_1 = -4f; \underline{x}_2, z_2 = -4f)$.
- 4) Aus der Fourier-Optik ist dann bekannt, wie die Kohärenzfunktion $J_{\text{IMG}}(\underline{x}_1; \underline{x}_2)$ in der Bildebene $z = 0$ aussieht.
- 5) Die im Abschnitt 3 hergeleitete Projektionsformel (3.13.) ergibt schließlich das 3-d Spektrum der Bildintensitätsverteilung $\tilde{E}_{\text{IMG}}(\underline{\mu}, \eta)$.

Die das Objekt beleuchtende Kohärenzfunktion J_{IN} ergibt sich aus dem van Cittert-Zernike-Theorem, sowie den Ausbreitungsgesetzen für Kohärenzfunktionen (BORN, WOLF, 1968; und Abschnitt 3 dieser Arbeit) zu:

(4.14.)

$$J_{\text{IN}}(\underline{x}_1, z_1; \underline{x}_2, z_2) = \int \tilde{S}(\underline{\mu}) \exp \{ 2\pi i [(z_1 - z_2) \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}^2} + (\underline{x}_1 - \underline{x}_2) \cdot \underline{\mu}] \} d^2 \mu$$

Hierbei ist $\tilde{S}(\underline{\mu})$ die Intensität der inkohärenten Lichtquelle in der Ebene $z = -6f$. Wir setzen dies in die Born-Näherung Gl. (4.13.) ein und finden Integrale der folgenden Art:

$$H = \int G(\vec{r}_1 - \vec{r}_1') V(\vec{r}_1') J_{\text{IN}}(\vec{r}_1'; \vec{r}_2) d^3 r_1 \quad (4.15.)$$

Die Green'sche Funktion G ist eine Kugelwelle, die sich auf folgende Art als 2-d Fourier-Integral schreiben läßt:

$$G(\vec{r}) = - \frac{\exp(i k r)}{4 \pi r} = \int \tilde{G}(\underline{\mu}, z) \exp(2 \pi i \underline{\mu} x) d^2 \mu$$

$$\tilde{G}(\underline{\mu}, z) = \frac{1}{4 \pi i \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}^2}} \exp(2 \pi i |z| \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}^2}) \quad (4.16.)$$

Somit kommen wir beim Einsetzen zu einem länglichen Integral:

$$H = \int V(\underline{x}'_1, z'_1) \frac{\tilde{S}(\underline{\mu}_2)}{4 \pi i \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_1^2}} \exp\{2 \pi i [(z'_1 - z_2) \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_2^2} + (\underline{x}'_1 - \underline{x}_2) \cdot \underline{\mu}_2 + \\ + |z_1 - z'_1| \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_1^2} + (\underline{x}_1 - \underline{x}'_1) \cdot \underline{\mu}_1]\} d^2 \mu_1 d^2 \mu_2 d^2 x'_1 dz'_1 \quad (4.17.)$$

Die Mathematik wird einfacher, wenn man folgendes berücksichtigt: das Objekt ist begrenzt, d.h. $V(\underline{x}'_1, z'_1 > -4f) = 0$; das Abbildungssystem sammelt nur Licht ein, das sich in den rechten Halbraum $z > -4f$ hinein ausbreitet. Deswegen vernachlässigen wir im Objekt reflektiertes Licht und wir nehmen nur diejenigen Teile des Integranden mit, für die $|z_1 - z'_1| = z_1 - z'_1 > 0$. Außerdem wollen wir nur die Kohärenzfunktion J_{0B} in der Ebene $z = -4f$ wissen; daher werten wir das Integral für $z_1 = z_2 = -4f$ aus:

$$H = \int \frac{\tilde{S}(\underline{\mu}_2)}{4 \pi i \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_1^2}} \exp[2 \pi i (\underline{x}_1 \cdot \underline{\mu}_1 - \underline{x}_2 \cdot \underline{\mu}_2)] \int V(\underline{x}'_1, z'_1) \\ \exp\{-2 \pi i [\underline{x}'_1 \cdot (\underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2) + \\ + z'_1 (\sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_1^2} - \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_2^2})]\} d^2 x'_1 dz'_1 d^2 \mu_1 d^2 \mu_2 \quad (4.18.)$$

Das innere Integral über $(\underline{x}'_1, z'_1)$ ist eine Fourier-Komponente des Objektes, nämlich $\tilde{V}(\underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2, \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_1^2} - \sqrt{\lambda^{-2} - \underline{\mu}_2^2})$. Das äußere Integral ist ebenfalls ein Fourier-Integral. Nach der Berechnung des konjugierten Termes finden wir deshalb schließlich das folgende Spektrum der Kohärenzfunktion:

$$\begin{aligned}
 \tilde{J}_{OBJ}(\underline{\mu}_1; \underline{\mu}_2) &= \tilde{S}(\underline{\mu}_1) \delta(\underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2) + \\
 &+ \frac{\tilde{S}(\underline{\mu}_2)}{4\pi i \sqrt{\lambda^2 - \underline{\mu}_1^2}} \tilde{V}(\underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2, \sqrt{\lambda^2 - \underline{\mu}_1^2}, \sqrt{\lambda^2 - \underline{\mu}_2^2}) - \\
 &- \frac{\tilde{S}(\underline{\mu}_1)}{4\pi i \sqrt{\lambda^2 - \underline{\mu}_2^2}} \tilde{V}^*(\underline{\mu}_2 - \underline{\mu}_1, \sqrt{\lambda^2 - \underline{\mu}_2^2}, \sqrt{\lambda^2 - \underline{\mu}_1^2})
 \end{aligned} \quad (4.19.)$$

Wir zerlegen nun das Streupotential V in Real- und Imaginärteil P und A , was eine Zerlegung des Objektes in eine Phasenstruktur P und eine Verteilung absorbierenden Materials entspricht:

$$V(\underline{x}, z) = P(\underline{x}, z) + iA(\underline{x}, z) \quad (4.20.)$$

Zur weiteren Vereinfachung der Gl. (4.19.) führen wir durch Taylor-Entwicklung der Wurzeln eine paraxiale Näherung durch (was nicht notwendig ist, aber im weiteren die Formeln verkürzt). Wir sehen dann, daß die Absorption und die Phase des Objektes auf eine deutlich unterschiedliche Weise in die Theorie eingehen:

$$\begin{aligned}
 \tilde{J}_{OBJ}(\underline{\mu}_1; \underline{\mu}_2) &= \tilde{S}(\underline{\mu}_1) \delta(\underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2) + \\
 &+ \frac{\lambda}{4\pi i} [\tilde{S}(\underline{\mu}_2) - \tilde{S}(\underline{\mu}_1)] \tilde{P}(\underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2, \frac{\lambda}{2}(\underline{\mu}_2^2 - \underline{\mu}_1^2)) + \\
 &+ \frac{\lambda}{4\pi} [\tilde{S}(\underline{\mu}_2) + \tilde{S}(\underline{\mu}_1)] \tilde{A}(\underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2, \frac{\lambda}{2}(\underline{\mu}_2^2 - \underline{\mu}_1^2))
 \end{aligned} \quad (4.21.)$$

Gemäß den Spielregeln der Fourier-Optik (BORN, WOLF, 1968), erhält man die Kohärenzfunktion $J_{IMG}(\underline{x}_1; \underline{x}_2)$ in der Bildebene $z = 0$ durch Multiplikation mit der Pupillenfunktion

$$\tilde{J}_{IMG}(\underline{\mu}_1; \underline{\mu}_2) = \tilde{p}(\underline{\mu}_1) \tilde{J}_{OBJ}(\underline{\mu}_1; \underline{\mu}_2) \tilde{p}^*(\underline{\mu}_2) \quad (4.22.)$$

Um das Spektrum des 3-d Bildes auszurechnen, verwenden wir die Gl. (3.13.):

$$\tilde{E}_{\text{IMG}}(\underline{\mu}, \eta) = \int \tilde{T}_{\text{IMG}}(\underline{\mu}', +\frac{1}{2}\underline{\mu}; \underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu}) \delta(\eta + \lambda \underline{\mu} \cdot \underline{\mu}') d^2 \mu' \quad (4.23.)$$

Wenn man nun die Gleichungen (4.21.-4.23.) ineinander einsetzt und die Terme umsortiert, kommt man zum Hauptresultat dieses Kapitels: Das Bildspektrum ist gegeben durch:

$$\tilde{E}_{\text{IMG}}(\underline{\mu}, \eta) = B \delta(\underline{\mu}, \eta) + \tilde{P}(\underline{\mu}, \eta) \tilde{T}_P(\underline{\mu}, \eta) + \tilde{A}(\underline{\mu}, \eta) \tilde{T}_A(\underline{\mu}, \eta) \quad (4.24.)$$

wobei B eine gleichförmige dem Bild überlagerte Intensität ist (Beleuchtungslicht, das nicht gebeugt wurde):

$$B = \int \tilde{S}(\underline{\mu}') |\tilde{p}(\underline{\mu}')|^2 d^2 \mu' \quad (4.25.)$$

Die Information über die Objektabsorption und -phase wird mit Hilfe zweier verschiedener 3-d Übertragungsfunktionen beschrieben:

$$\tilde{T}_A(\underline{\mu}, \eta) = \frac{\lambda}{4\pi} \int \tilde{p}(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu}) [\tilde{S}(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu}) + \tilde{S}(\underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu})] \tilde{p}^*(\underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu}) \delta(\eta + \lambda \underline{\mu} \cdot \underline{\mu}') d^2 \mu' \quad (4.26.)$$

$$\tilde{T}_P(\underline{\mu}, \eta) = \frac{i\lambda}{4\pi} \int \tilde{p}(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu}) [\tilde{S}(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu}) - \tilde{S}(\underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu})] \tilde{p}^*(\underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu}) \delta(\eta + \lambda \underline{\mu} \cdot \underline{\mu}') d^2 \mu' \quad (4.27.)$$

Der nächste Abschnitt bringt eine detaillierte Untersuchung dieser Übertragungsfunktionen. Das Fourier-Äquivalent zur Gl. (4.24.) enthält die 3-d Faltungen von Objektabsorption und -phase mit den jeweiligen (reellen) 3-d Punktbildern T_A und T_P :

$$E_{\text{IMG}}(\vec{r}) = B + P(\vec{r}) *** T_P(\vec{r}) + A(\vec{r}) *** T_A(\vec{r}) \quad (4.28.)$$

Zum Schluß dieses Abschnittes noch eine Bemerkung zur Linearität: Obwohl Gl. (4.28.) wie eine lineare Beziehung zwischen Objekt

und 3-d Bild aussieht, muß man vorsichtig sein; wenn man das Streupotential V in Absorption A und Phase P aufteilt, so spielt sowohl V als auch das konjugiert komplexe V^* eine Rolle. Nun ist jedoch im strengen Sinne die komplexe Konjugation eine nichtlineare Operation. Im nächsten Abschnitt findet sich eine Konsequenz aus dieser Tatsache.

In erster Ordnung Born-Näherung ist die 3-d Abbildung (abgesehen von dem ungebeugten Licht B) also linear in Amplitude A und Phase P des Objektes. In Born-Näherung zweiter Ordnung entstehen Terme die bilinear in A und P sind, sowie ein Mischterm, der A und P enthält. Physikalisch bedeutet dies, daß man Licht berücksichtigt, welches innerhalb des Objektes zweimal gebeugt wurde. Entsprechendes gilt für die Näherungen höherer Ordnung, die allerdings mathematisch sehr unhandlich werden. Um Mißverständnisse zu vermeiden, sollte man noch folgendes sagen: Die Lichtausbreitung selbst ist ein linearer Vorgang, weil Gl. (4.6.) linear in der Wellenfunktion u ist. Lediglich das, was uns eigentlich interessiert, die Beziehung zwischen 3-d Objekt und 3-d Bild, kann nichtlinear sein.

4.4. Abhängigkeit der 3-d OTF von der Beleuchtung

Nachdem im Abschnitt 2 3-d OTFs für verschiedene Pupillenfunktionen berechnet wurden, wollen wir uns jetzt auf den Einfluß der Beleuchtung konzentrieren. Wir betrachten eine rotations-symmetrische Vollpupille, sowie eine hierzu ähnliche Lichtquelle:

$$\tilde{p}(\underline{\mu}) = \begin{cases} 1 & \text{falls } |\underline{\mu}| < \rho_p \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.29.)$$

$$\tilde{s}(\underline{\mu}) = \begin{cases} \sigma & \text{falls } |\underline{\mu}| < \rho_s \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.30.)$$

wobei σ die (konstante) Intensität der Lichtquelle ist.

Fig. 4.3.-4.5. zeigen 3-d Plots der Übertragungsfunktionen für Absorption und Phase bei verschiedenen Verhältnissen ρ_s/ρ_p . Selbstverständlich sind auch die 3-d OTFs rotationssymmetrisch bezüglich der η -Achse. Zuerst sieht man, daß der Träger der Übertragungsfunktionen durch die 3-d Apertur bestimmt wird. (Die 3-d Apertur ist hierbei bei den negativen Frequenzen symmetrisch wiederholt, was eine Konsequenz aus der erwähnten Nichtlinearität der komplexen Konjugation darstellt: Weil die Bildintensität E_{IMG} , die Objektphase und -amplitude P und A reellwertig sind, haben die Spektren eine hermitesche Symmetrie. In Wirklichkeit werden vom Abbildungssystem nur solche Teile des Objektspektrums übertragen, die innerhalb der 3-d Apertur liegen.) Je größer die Lichtquelle ist, umso größer ist der Träger der Übertragungsfunktionen. Im kohärenten Fall wird nur ein Schnitt des Objektspektrums mit der Ewald-Kugel übertragen (WOLF, 1969). Die Übertragungsfunktionen für die Objektabsorption sind, wie man sieht, wieder starke Tiefpaßfilter: Hohe Objektfrequenzen werden, selbst wenn sie innerhalb der 3-d Apertur liegen, stark gedämpft. Beide Zweige der Übertragungsfunktionen treffen einander erneut in eine Singularität am Ursprung $(\underline{\mu}, \eta) = \vec{0}$. Dies bedeutet, daß das Objekt eine laterale Struktur haben muß um abgebildet zu werden. Außerdem garantiert eine Übertragungsfunktion dieser Form den Energiesatz: Die in einem Schnittbild $z = \text{const.}$ enthaltene Gesamtintensität bleibt erhalten (unabhängig von z). Die rein imaginäre Phasenübertragungsfunktion besteht auch aus zwei Zweigen. Auch hier werden innerhalb der 3-d Apertur die sehr hohen Objektfrequenzen gedämpft. Allerdings verschwindet die Phasenübertragungsfunktion bei $\eta = 0$, da dort ein Vorzeichenwechsel der Funktion stattfindet. Dies spiegelt die Tatsache wieder, daß wir keine absoluten Phasen messen können. Im Prinzip ist die Phasen-OTF eine Art von Bandpaß. Wir sehen im Bild nur lokale relative Änderungen innerhalb der Phasenstruktur.

Fig. 4.3.

Übertragungsfunktionen für Objektabsorption und -phase bei kleiner Beleuchtungsapertur

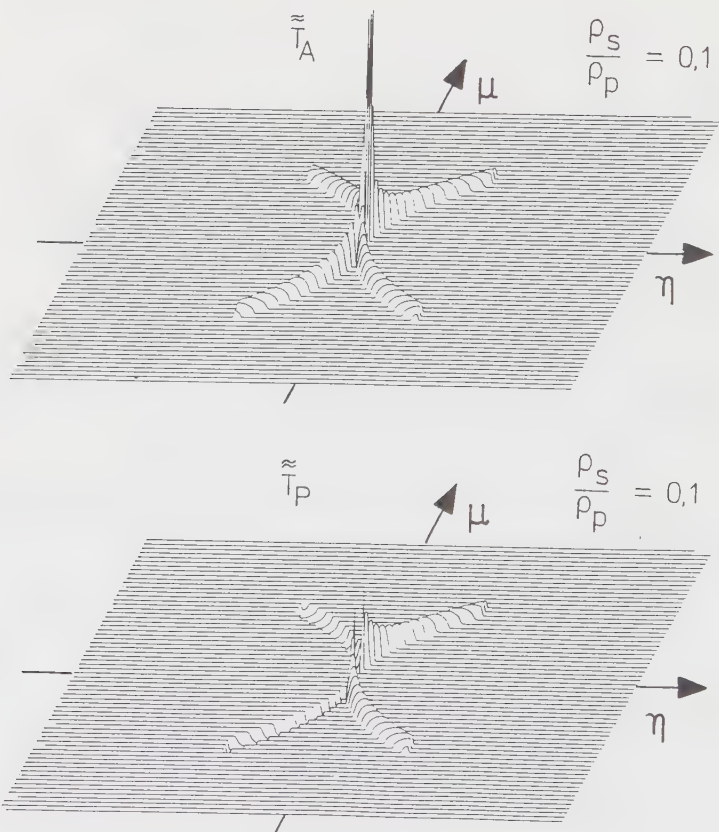


Fig. 4.4.

Übertragungsfunktionen für Objektabsorption und -phase bei mittlerer Beleuchtungsapertur

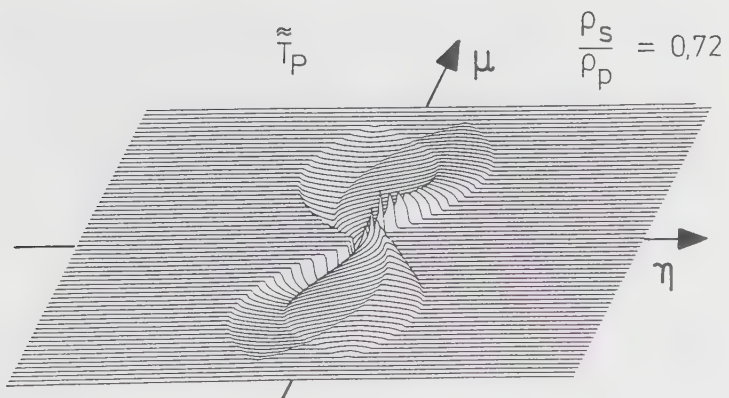
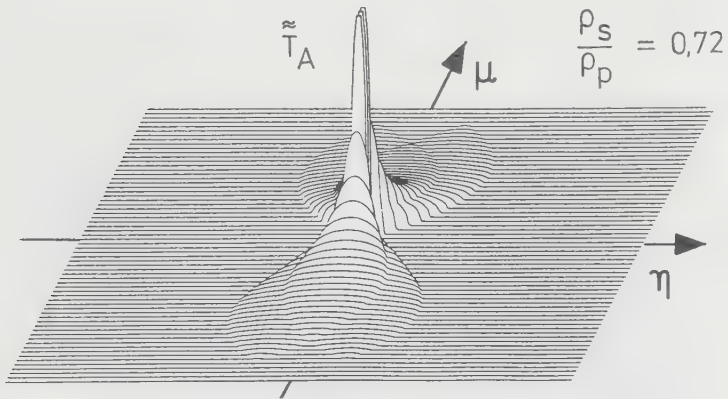
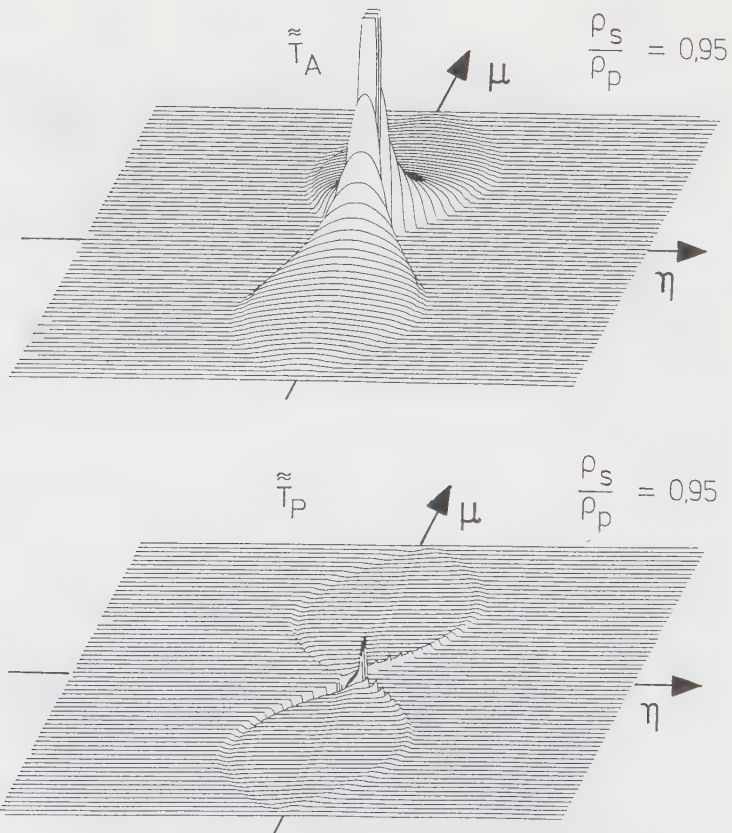


Fig. 4.5.

Übertragungsfunktionen für Objektabsorption und -phase bei nahezu gleichgroßer Beleuchtungs- und Abbildungsapertur



Für einfache Pupillenfunktionen und Lichtquellen kann man (so ähnlich wie im Abschnitt 2.3. gezeigt) die Übertragungsfunktionen in einer geschlossenen Form angeben. Der Vollständigkeit halber werden die Formeln für die OTFs für die beugungsbegrenzte Vollpupille und eine dazu ähnliche Lichtquelle angegeben. Die Herleitung ist länglich, aber nicht weiter schwierig; damit das Resultat ebenso aussieht wie die OTFs aus Abschnitt 2, wollen wir die Grenzfrequenzen ρ_s und ρ_p durch die Öffnungswinkel α_s und α_p der Beleuchtungs- und der Abbildungsapertur ausdrücken:

$$\rho_s = \lambda^{-1} \tan \alpha_s \quad \text{und} \quad \rho_p = \lambda^{-1} \tan \alpha_p \quad (4.31.)$$

Damit die Übertragungsfunktionen normiert sind, sei die Quellenintensität $\sigma = 2\lambda / \tan^2 \alpha_s$. Außerdem betrachten wir den Fall, daß die Beleuchtungsapertur kleiner ist als die Abbildungsapertur: $\alpha_s < \alpha_p$. Dann gilt:

$$\begin{aligned} \tilde{T}_A(\rho, \eta) &= \frac{1}{\pi \rho \tan \alpha_s} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{\tan \alpha_p}{\tan \alpha_s} \right)^2} \cdot \\ &\operatorname{Re} \left\{ \sqrt{1 - \frac{2}{\tan^2 \alpha_p + \tan^2 \alpha_s} \left[\left(\frac{\lambda \rho}{2} \right)^2 + \left(\frac{\eta}{\rho} \right)^2 + \left| \eta \lambda - \frac{\tan^2 \alpha_p - \tan^2 \alpha_s}{2} \right| \right]} + \right. \\ &\left. + \sqrt{1 - \frac{2}{\tan^2 \alpha_p + \tan^2 \alpha_s} \left[\left(\frac{\lambda \rho}{2} \right)^2 + \left(\frac{\eta}{\rho} \right)^2 + \left| \eta \lambda + \frac{\tan^2 \alpha_p - \tan^2 \alpha_s}{2} \right| \right]} \right\} \quad (4.32.) \end{aligned}$$

$$\tilde{T}_P(\rho, \eta) = \frac{i}{\pi \rho \tan \alpha_s} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{\tan \alpha_p}{\tan \alpha_s} \right)^2} \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{\dots} - \sqrt{\dots} \right\} \quad (4.33.)$$

wobei die Wurzeln $\sqrt{\dots}$ in Gleichung (4.33.) genauso aussehen wie die in (4.32.).

$$\tilde{T}_A(\rho = 0, \eta) = \delta(\eta) \quad (4.34.)$$

$$\tilde{T}_P(\rho = 0, \eta) = 0 \quad (4.35.)$$

Für $\alpha_s = \alpha_p$ ergibt sich für $\tilde{T}_A$ die inkohärente 3-d OTF Gl. (2.20.) und $\tilde{T}_p$ verschwindet. Ein anderer interessanter Grenzfall, nämlich die geometrische Optik, ergibt sich, wenn man $\lambda \rightarrow 0$ gehen läßt:

$$\tilde{T}_p = 0 \quad (4.36.)$$

$$\tilde{T}_A = \frac{2}{\pi \rho \tan \alpha_s} \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{\rho \tan \alpha_s} \right)^2} \right\} \quad (4.37.)$$

Das bedeutet, daß geometrisch-optisch Phasenstrukturen unsichtbar werden (jedenfalls in der ersten Born-Näherung). Die geometrisch optische Übertragungsfunktion für die Objektabsorption entspricht Gl. (2.9.), aber mit einem ganz entscheidenden Unterschied: Bei dem hier betrachteten Durchlichtobjekt kommt es nicht, wie beim Selbstleuchter, auf die Abbildungsapertur α_p , sondern auf die Beleuchtungsapertur α_s an. Allerdings ist die geometrisch optische Näherung meist unzureichend für schwache Durchlichtobjekte, weil es bei der Bildentstehung auf Interferenz und Beugung ankommt.

4.5. Vergleich mit Scan-Mikroskopen

Wir schließen jetzt an den Abschnitt 2.5. an, wo bereits von Scan-Mikroskopen die Rede war; wir vergleichen allerdings jetzt das normale Mikroskop mit Scan-Mikroskopen für Durchlichtobjekte in erster Born-Näherung. Die optischen Aufbauten sind dem Prinzip nach in Fig. 2.9. gezeigt. Im Unterschied zu den bisher behandelten Mikroskopen haben wir eine kohärente, ins Objekt hinein fokussierte Beleuchtung. Das Objekt wird bewegt, um es mit diesem Lichtkegel abzutasten. Nach einem Abbildungsschritt wird beim Typ-1 Scan-Mikroskop integral detektiert, bei einem konfokalen (Typ-2) Mikroskop wird an einem Punkt detektiert. Der Beleuchtungskegel aus dem Kondensor wird von der Pupillenfunktion $\tilde{p}_c(\underline{u})$ erzeugt, während die Abbildung durch die Pupillenfunktion $\tilde{p}(\underline{u})$ beschrieben wird.

Die Durchrechnung der Abbildungssysteme geht analog zu dem in Abschnitt 4.3. für das normale Mikroskop gezeigten formalismus. Insbesondere ist auch für beide Scan-Mikroskope die Gl. (4.24.) gültig:

$$\widetilde{D}(\underline{\mu}, \eta) = B \delta(\underline{\mu}, \eta) + \widetilde{P}(\underline{\mu}, \eta) \widetilde{T}_P(\underline{\mu}, \eta) + \widetilde{A}(\underline{\mu}, \eta) \widetilde{T}_A(\underline{\mu}, \eta) \quad (4.38.)$$

wobei $\widetilde{D}$ das Spektrum des detektierten 3-d Bildes ist. Geändert haben sich die Bias-Terme, sowie die 3-d Übertragungsfunktionen für Amplitude und Phase, die zunächst einmal aufgelistet werden, bevor wir sie diskutieren: Für das Typ-1 Mikroskop gilt:

$$B^{(1)} = \int |\widetilde{P}(\underline{\mu}) \widetilde{P}_C(\underline{\mu})|^2 d^2 \mu \quad (4.39.)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{T}_A^{(1)}(\underline{\mu}, \eta) &= \frac{\lambda}{4\pi} \int \widetilde{P}_C^*(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu}) [|\widetilde{P}(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu})|^2 + |\widetilde{P}(\underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu})|^2] \widetilde{P}_C(\underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu}) \\ &\quad \delta(\eta + \lambda \underline{\mu} \cdot \underline{\mu}') d^2 \mu' \end{aligned} \quad (4.40.)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{T}_P^{(1)}(\underline{\mu}, \eta) &= \frac{i\lambda}{4\pi} \int \widetilde{P}_C^*(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu}) [|\widetilde{P}(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu})|^2 - |\widetilde{P}(\underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu})|^2] \widetilde{P}_C(\underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu}) \\ &\quad \delta(\eta + \lambda \underline{\mu} \cdot \underline{\mu}') d^2 \mu' \end{aligned} \quad (4.41.)$$

Etwas anders sieht es beim Typ-2 Mikroskop aus:

$$B^{(2)} = |b|^2 \quad \text{mit} \quad b = \int \widetilde{P}(\underline{\mu}) \widetilde{P}_C(\underline{\mu}) d^2 \mu \quad (4.42.)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{T}_A^{(2)}(\underline{\mu}, \eta) &= \frac{\lambda}{4\pi} \int [b^* \widetilde{P}(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu}) \widetilde{P}_C(\underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu}) + b \widetilde{P}^*(\underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu}) \widetilde{P}_C^*(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu})] \\ &\quad \delta(\eta + \lambda \underline{\mu} \cdot \underline{\mu}') d^2 \mu' \end{aligned} \quad (4.43.)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{T}_P^{(2)}(\underline{\mu}, \eta) &= \frac{i\lambda}{4\pi} \int [b \widetilde{P}^*(\underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu}) \widetilde{P}_C^*(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu}) - b^* \widetilde{P}(\underline{\mu}' + \frac{1}{2}\underline{\mu}) \widetilde{P}_C(\underline{\mu}' - \frac{1}{2}\underline{\mu})] \\ &\quad \delta(\eta + \lambda \underline{\mu} \cdot \underline{\mu}') d^2 \mu' \end{aligned} \quad (4.44.)$$

Wir erkennen aus diesen Formeln folgendes:

- 1) Das Typ-1 Scan-Mikroskop entspricht dem normalen Mikroskop. Der Unterschied ist, daß beim normalen Mikroskop mit einer inkohärenten Quelle $\tilde{S}$ beleuchtet und mit punktförmigen Detektor aufgezeichnet wurde; beim Scan-Mikroskop vom Typ-1 wird von einem Punkt beleuchtet und flächenhaft ("inkohärent") detektiert.

Die Rolle der Abbildungsapertur wird beim Typ-1 Scan-Mikroskop von der Kondensorpupille $\tilde{P}_c$ übernommen. Das Typ-1 Scan-Mikroskop ist also alles in allem gesehen nur ein übliches Mikroskop "auf den Kopf gestellt"; die Erkenntnisse aus dem Abschnitt 4.4. kann man direkt übertragen.

- 2) Das konfokale Mikroskop hat sich im Abschnitt 2.5 als Überlegen erwiesen, wegen seines besseren 3-d Auflösungsvermögens und weil keine Datenlücken im 3-d Frequenzraum (fehlender Kegel) auftraten. Interessanterweise gilt das nicht für Durchlichtobjekte in erster Ordnung Born-Näherung. Wenn man beispielsweise gleiche Pupillen wählt $\tilde{P} \equiv \tilde{P}_c$, und zwar beugungsbegrenzte Vollpupillen (Gl. 4.29.), dann kommen für das übliche Mikroskop (mit $\tilde{S} = |\tilde{P}|^2$), das Typ-1 Scan-Mikroskop und das konfokale Mikroskop die gleichen 3-d Übertragungsfunktionen heraus. Somit hat das konfokale Mikroskop auch die bekannten Datenlücken. Allerdings werden diese Datenlücken offenbar gefüllt, wenn man zu Born-Näherungen höherer Ordnung übergeht. Daher erscheint das konfokale Scan-Mikroskop dem üblichen Mikroskop deutlich überlegen. Der physikalische Grund dafür ist, daß zur Bildentstehung der Kondensor und die Abbildungsoptik in gleicher Weise beitragen, während im üblichen Mikroskop der Kondensor nur eine (wichtige) Nebenrolle spielt: Durch die auf das Objekt fokussierte Beleuchtung tragen zum Bildaufbau die an benachbarten Objektdetails gestreuten Lichtwellen in einem wesentlich geringeren Maße bei, als bei homogener Beleuchtung. Diese Minderung des Streulichtes ist so wichtig, daß sich die umständliche und zeitraubende Rohdatenaufnahme im Scan-Mikroskop rechtfertigen läßt.

5. Bildverbesserung durch 3-d lineare Filterung

Wenn man für ein Übertragungssystem eine lineare Übertragungstheorie hat, und wenn die Übertragungsfunktion Tiefpaßcharakter besitzt, so liegt es nahe, das Signal durch lineare Filterung zu verbessern. In der Optik wurden 3-d lineare Filter angewendet von FERCHER et. al., 1976 bei kohärent optisch gewonnenen Daten. ZINSER, 1982 und ZINSER et. al., 1983 versuchen bei einem partiell kohärenten System, die 3-d OTF zu kompensieren. HÄUSLER, KÖRNER, 1984 betreiben 3-d Datengewinnung mit einer im Grunde nichtlinearen Verarbeitungsmethode.

Für 3-d digitale Filterungen muß man mit enormen Verarbeitungszeiten rechnen, es sei denn, man hat eine spezielle Hardware; an einer LSI 11/23 dauert z.B. eine 3-d Fourier-Transformation eines (komplexen) Datenquaders $128 \times 128 \times 64$ Volumenzellen knapp 2 Stunden (inclusive der enormen Transferzeiten Messenspeicher $\longleftrightarrow$ CPU und mit einer Assembler-FFT). Um zu vernünftigen Verarbeitungszeiten zu kommen, ist es deshalb naheliegend, die Filterung direkt im Ortsbereich (als Faltung) zu implementieren. Damit sich das lohnt, muß jedoch der Faltungskern klein sein; also aus wenigen Volumenelementen bestehen. In den folgenden Abschnitten wird die Datenaufnahme beschrieben, ein 3-d Fourier-Spektrum gezeigt und eine 3-d Filterung zur Bildverbesserung mit kleinem Faltungskern angegeben.

5.1. Datenaufnahme

Fig. 5.1. zeigt, wie von einem mikroskopischen Objekt ein 3-d Datensatz aufgenommen wird. Mit einer Fernsehkamera wird das 3-d Bild scheibchenweise (d.h. in Form einer Fokussierungsreihe als "optische Schnitte") in einen digitalen Bildspeicher eingelesen. Im Bildspeicher können bereits einfache Verarbeitungsschritte erfolgen, z.B. Kompensation der Kamera-Nichtlinearität, ferner Verknüpfungen aufeinanderfolgender Bilder, wie sie für die 3-d Entfaltung notwendig sind. Über den

Steuerrechner (LSI 11/23) kann der Datenwürfel in einem Massenspeicher (Magnetplatte oder Magnetband) abgelegt werden oder an einen Pipeline-Prozessor (SKY 1100) zur weiteren Verarbeitung geschickt werden. Mit dieser Hardware dauert die Aufnahme eines so großen Datenwürfels, wie er in Fig. 1.1. gezeigt wurde, einige Minuten.

Fig. 5.2. (a-d) zeigt einige optische Schnitte durch eine Diatomee. Aus diesen Daten wurde ein 3-d Fourier-Spektrum der Intensitätsverteilung digital berechnet. Fig. 5.2.e zeigt einen zentralen Schnitt durch diesen Datensatz. Die Form der 3-d Apertur wird deutlich sichtbar und stimmt mit den theoretisch vorhergesagten Daten überein. Allerdings ist das 3-d Spektrum erheblich ausgedehnter, als die aufgenommenen Daten; das liegt daran, daß unterabgetastet wurde (die Abtastzelle $\delta x \cdot \delta y \cdot \delta z$ war kleiner als die 3-d Auflösungszelle des Abbildungssystems). Man stößt hier einfach an die Grenze der Fernsehtechnik: Wenn man innerhalb des Fernsehformates (512 x 512 Pixel) noch erkennbare und sinnvoll aussehende Objektteile einfangen will, so ist man bei den meisten Objekten gezwungen, unterabzutasten. Anders gesagt: das Mikroskopbild ist einfach erheblich besser als die Fernsehauflösung.

5.2. 3-d Filterung mit separablem Kern

Das Ziel in diesem Abschnitt ist es, ein 3-d Filter zu finden, das einerseits näherungsweise die 3-d Übertragungsfunktion kompensiert, und das in der Ortsdomäne implementiert werden kann (enger Faltungskern). Zu diesem Zweck betrachten wir die inkohärente Übertragungsfunktion aus Gl. (2.20.):

$$\tilde{T}(\rho, \eta) \sim \frac{1}{\rho} \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{1 - \frac{1}{\tan^2 \alpha} \left(\frac{\lambda \rho}{2} + \frac{|\eta|}{\rho} \right)^2} \right\} \quad (5.1.)$$

Im Abschnitt 5.3. wird gezeigt, wie man die geometrisch optische Übertragungsfunktion kompensieren kann. Zunächst machen

Fig. 5.1.

Verwendete Rechner-Konfiguration für die folgenden 3-d Bild-verarbeitungsexperimente

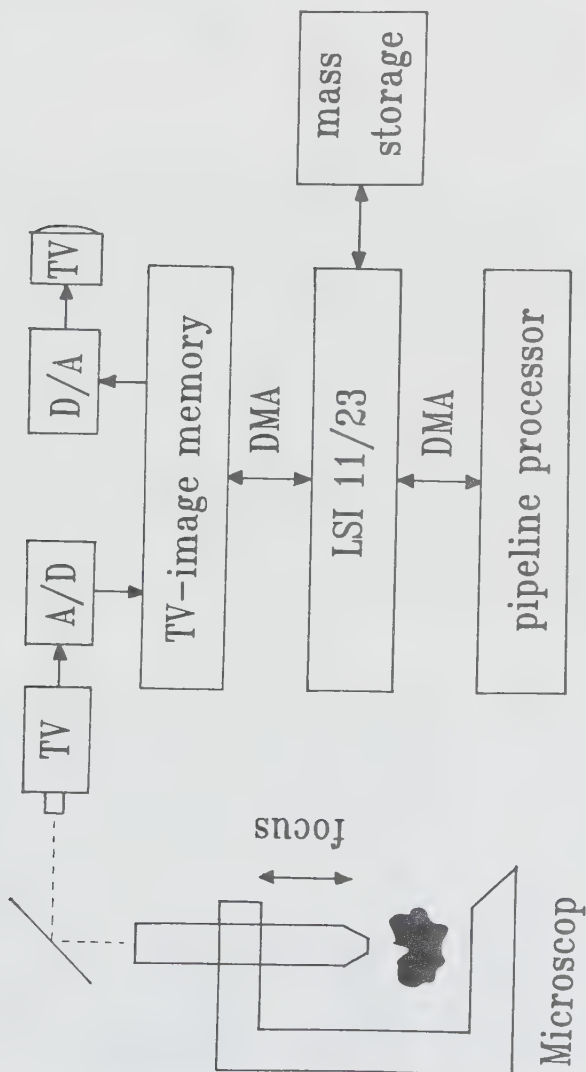


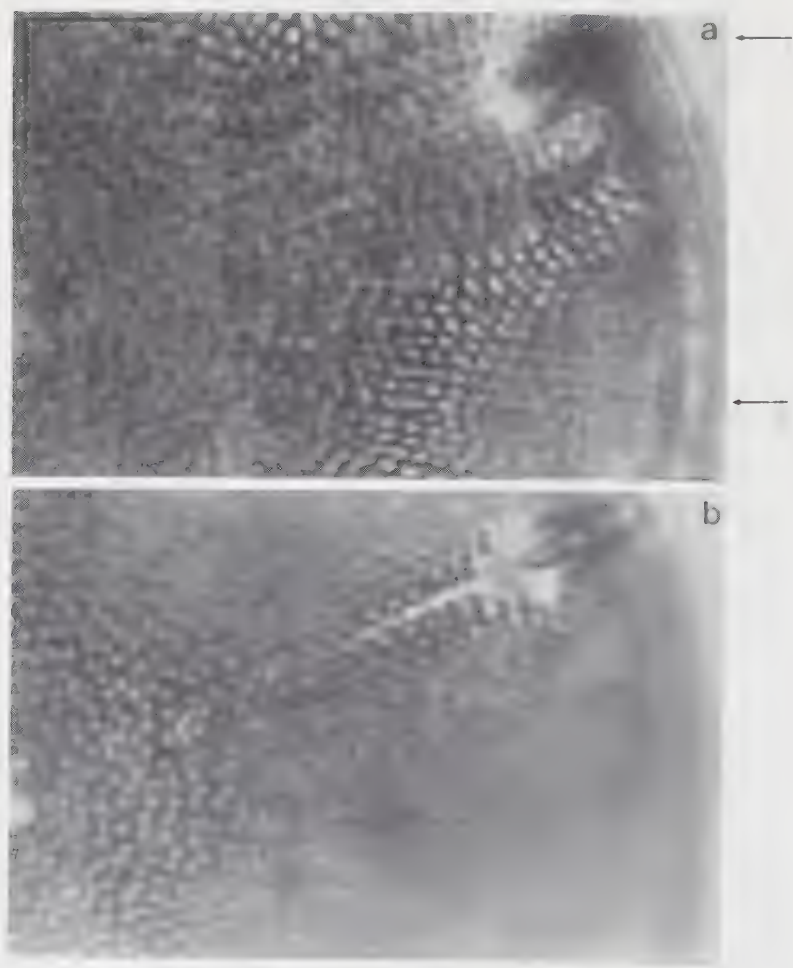
Fig. 1...

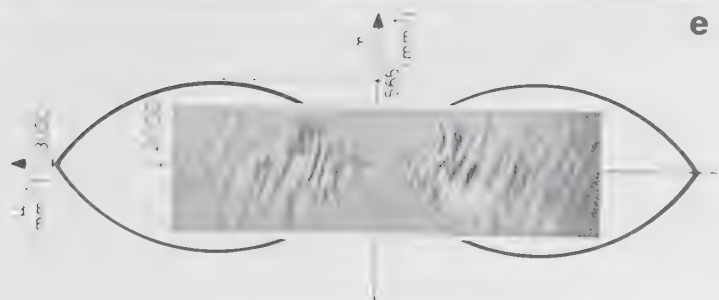
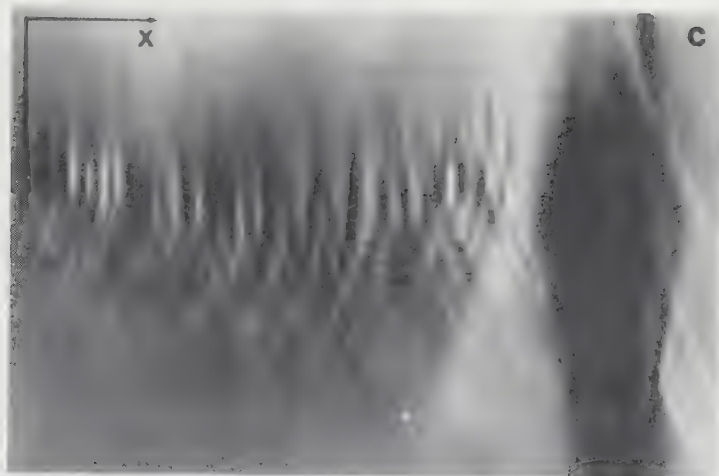
Mikroskopisches Bild einer Diatomee (Objektiv PL 40/ 0,75 ; zu 2/3 geöffnete Aperturblende).

(a,b) Laterale optische Schnitte ($\perp$ optische Achse)

(c,d) Longitudinale Schnitte ($\parallel$ optische Achse)

(e) Zentraler Schnitt durch das 3-d Fourierspektrum (gezeigt ist der Realteil (bipolar) auf einem hellgrauen Hintergrund)





wir aber einen anderen Ansatz, der sich auf dem bei uns vorhandenen Rechnersystem gut implementieren läßt. Ein 3-d Laplace-Operator ist wegen seines kleinen Kernes leicht zu implementieren, er bringt aber vor allem lateral eine Überkompensation mit sich. Es wird daher ein Filter vorgeschlagen, das aus einem 3-d Laplace-Operator besteht, gefolgt von einem 2-d Tiefpaßfilter (welches mit Standard-Techniken oder sogar analog-optisch implementiert werden kann). Wir erzeugen so ein Filter mit der Übertragungsfunktion

$$\tilde{F}(\rho, \eta) \sim \frac{1}{\rho} (\rho^2 + \eta^2) \quad (5.2.)$$

Fig. 5.3. zeigt, daß die hohen Frequenzen nach dieser Filterung kräftig angehoben sind. In longitudinaler Richtung hat man leider im geometrisch optischen Teil der 3-d OTF eine leichte Überkompensation. Dafür fällt die kombinierte Übertragungsfunktion $\tilde{F} \cdot \tilde{T}$ bei den hohen lateralen Frequenzen etwas ab. Ein solcher Abfall ist jedoch auch vernünftig, weil sonst das Rauschen an diesen Stellen zu sehr verstärkt würde. Bevor wir weiter über das Problem der 3-d Filterung reden, wird das Resultat einer solchen Filterung gezeigt: Fig. 5.4. ist ein Vergleich verschiedener Schnitte durch einen 3-d Datenwürfel vor und nach der Filterung. Das biologische Objekt (Urothel-Zellen mit im Bild deutlich erkennbaren Zellkernen) wurde mit einem hochgeöffneten Objektiv aufgenommen (PL 100/1.32 mit Immersion) wobei die Aperturblende völlig geöffnet wurde um den Einfluß der Objekt-Phasenstruktur möglichst klein zu halten. In den konventionellen Mikroaufnahmen sieht man wenig, weil

- a) die Zellkerne ihrer Größe nach nicht mehr weit von der beugungsoptischen Auflösungsgrenze entfernt sind und
- b) die optischen Schnitte durch defokussierte Bildteile aus benachbarten Tiefenebenen gestört sind (Tiefpaßcharakter der 3-d OTF).

In den 3-d hochpaßgefilterten Bildern ist der Kontrast feiner Details deutlich verbessert.

Fig. 5.3.

Vergleich zwischen

(a) der inkohärenten 3-d Übertragungsfunktion und

(b) dem Produkt dieser 3-d OTF mit dem 3-d Filter aus Gl. (5.2.)

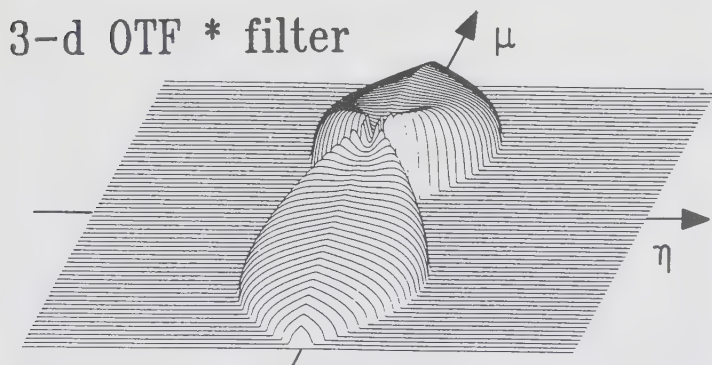
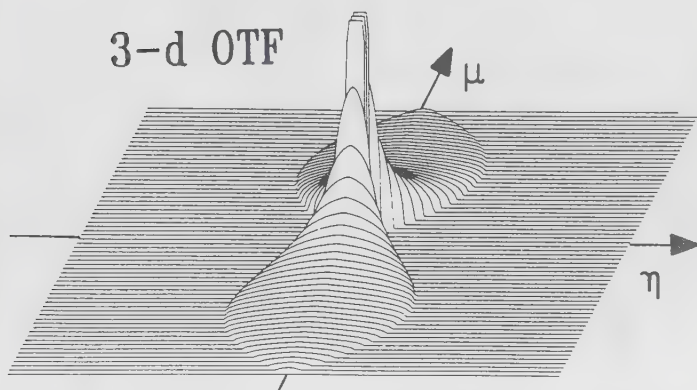
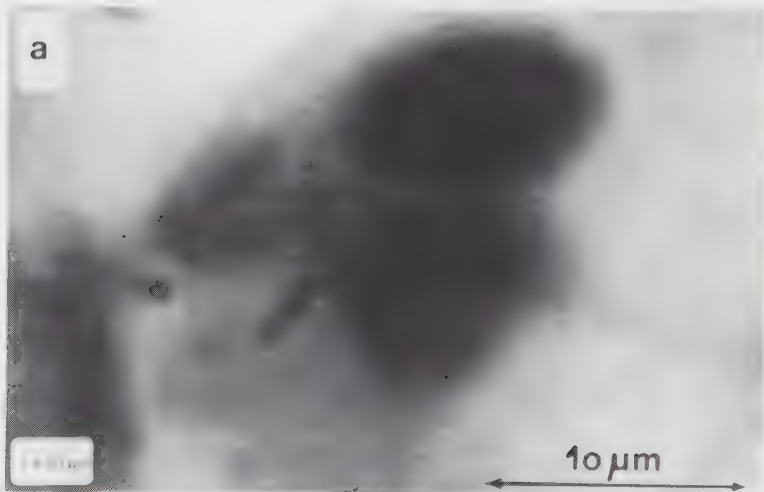


Fig. 5.4.

Schnitte durch ein 3-d Mikroskop-Bild (a,b) und durch ein gemäß Gl. (5.2.) gefiltertes Bild (c,d)



$$\delta x = 0.11\ \mu\text{m}, \quad \delta y = 0.07\ \mu\text{m}, \quad \delta z = 0.5\ \mu\text{m}$$



5.3. Restauration der geometrisch optischen Übertragungsfunktion

Die im letzten Abschnitt gezeigte Filterungsmethode hat den Vorteil, daß man nicht den ganzen 3-d Datensatz im Kernspeicher halten muß: zur Anwendung des 3-d Laplace-Operators genügt es, 3 Schnitte (zu einer Zeit) im Kernspeicher zu halten, der Rest des 3-d Bildes kann im externen Massenspeicher (Magnetplatte) gehalten werden. Im Lauf der Filterung tastet man sich dann sukzessive durch das 3-d Bild voran. Hat man einen 32-Bit-Rechner mit entsprechend großem Adressbereich und Speicher, so kann man ein volles 3-d Bild im wahlfreien Zugriff behandeln, was einen anderen Ansatz für das Filter sinnvoll macht.

Wir wollen jetzt die geometrisch-optische Übertragungsfunktion (Abschnitt 2.2.) kompensieren. Dazu betrachten wir als Filterfunktion die inverse Übertragungsfunktion (natürlich nur innerhalb des Gebietes wo diese nicht verschwindet):

$$F(\rho, \eta) = T^{-1}(\rho, \eta) = \frac{\pi}{2} \rho \tan \alpha \operatorname{Re} \left\{ \left[1 - \left(\frac{\eta}{\rho \tan \alpha} \right)^2 \right]^{-1/2} \right\} \quad (5.3.)$$

Der zugehörige Faltungskern ergibt sich durch Fourier-Rücktransformation in η und Hankel-Transformation in ρ . Wir brauchen dazu zwei Integrale im Zusammenhang mit Besselfunktionen (PAPOULIS, 1968; ABRAMOWITZ, STEGUN, 1965):

$$J_0(t) = \int_{-1}^1 \frac{2}{\sqrt{1-\omega^2}} \exp(i\omega t) d\omega \quad (5.4.)$$

$$\int_0^\infty J_0(2\pi r \rho) J_0(2\pi z \tan \alpha \cdot \rho) \rho d\rho = \delta(r - |z| \tan \alpha) / 2\pi |z| \tan \alpha \quad (5.5.)$$

Außerdem erinnern wir uns, daß eine Multiplikation mit $-4\pi^2 \rho^2$ in der Fourier-Domäne zur Anwendung eines 2-d Laplace-Operators Δ Fourier-äquivalent ist. Dann können wir den Faltungskern leicht ausrechnen:

$$\begin{aligned}
 F(r,z) &= \pi^2 \tan \alpha \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty J_0(2\pi r \rho) e^{2\pi i \eta z} \rho^2 \\
 &\quad \operatorname{Re} \left[1 - \left(\frac{\eta}{\rho \tan \alpha} \right)^2 \right]^{-1/2} d\eta d\rho = \\
 &= \pi^2 \tan^2 \alpha \int_0^\infty J_0(2\pi r \rho) \rho^3 \int_{-1}^{+1} e^{2\pi i \xi z \rho \tan \alpha} (1 - \xi^2)^{-1/2} d\xi d\rho = \\
 &= -\frac{1}{8} \tan^2 \alpha \Delta \int_0^\infty J_0(2\pi r \rho) J_0(2\pi \rho z \tan \alpha) \rho d\rho
 \end{aligned}$$

Wir finden schließlich als Faltungskern:

$$F(r,z) = -\frac{\tan \alpha}{16\pi|z|} \Delta \delta(r - |z| \tan \alpha) \quad (5.6.)$$

Natürlich wurde bei dieser Herleitung ein wenig leichtsinnig mit verallgemeinerten Funktionen umgegangen. Die δ -Funktion kennzeichnet nun den Mantel des geometrisch-optischen Lichtkegels. Wegen des lateralen Laplace-Operators muß auf diesem Mantel differenziert werden. Die Stärke des Faltungskernes nimmt mit $|z|^{-1}$ ab, was leider nicht allzu schnell geht. Zur Implementierung dieser Faltung muß man für jeden Objektpunkt über den Kegelmantel eine gewichtete Summe bilden. Obwohl der Faltungskern nicht allzu viele Volumenelemente (voxels) enthält, ist dies aufwendig, weil man Daten aus vielen Tiefenebenen braucht. Daher lohnt sich die Durchführung einer solchen Filterung im Ortsbereich (direkte Entfaltung) nur, wenn zu dem 3-d Bild im Kernspeicher wahlfreier Zugriff besteht (Transferzeiten!).

Es ist recht schwierig allgemein gültige Aussagen darüber zu treffen welche Implementierung eines 3-d Filters am ökonomischsten ist; das hängt in erheblichem Maß von der zur Verfügung stehenden Hardware ab.

- Eine Filterung per 3-d FFT erfordert einen großen schnellen Speicher mit wahlfreiem Zugriff, welcher das gesamte 3-d Bild zumindest in reeller Form (32 Bit/voxel) halten kann.

- Eine Filterung im Ortsbereich, wie in diesem Abschnitt Gl. (5.6.) vorgeschlagen, erfordert auch einen großen und schnellen Speicher für ein ganzes 3-d Bild; es genügt aber 8 Bit/voxel Genauigkeit.
- Eine Filterung im Ortsbereich, wie im Abschnitt 5.2. Gl. (5.2.) vorgeschlagen, erfordert einen schnellen Speicher, bei dem man auf 3 Tiefenebenen wahlfreien Zugriff hat und der eine Genauigkeit von 8 Bit/voxel besitzt. Diese Lösung verlangt daher den geringsten Hardware-Aufwand.

5.4. Grundsätzliche Bemerkungen zur 3-d Filterung

Zum Schluß noch einige Bemerkungen zur 3-d Filterung von durch optisches Schneiden erhaltenen 3-d Bildern:

Das erste Problem für eine solche Filterung ist die Wahl des Filters; im allgemeinen enthält das 3-d Bild eines Durchlicht-Objektes sowohl Phasen- als auch Amplitudeninformation, die, wie Abschnitt 4 zeigt, mit verschiedenen Übertragungsfunktionen zum 3-d Bild beitragen. Außer im Spezialfall reiner Amplituden- bzw. reiner Phasenobjekte fällt es deshalb schwer, sich für eine Filterfunktion zu entscheiden. Im Prinzip könnte man dieses Eindeutigkeitsproblem lösen durch Aufnahme von zwei 3-d Datensätzen, mit verschiedenen Übertragungsfunktionen. Wenn man z.B. ein 3-d Hellfeld-Bild und ein 3-d Phasenkontrastbild (mit entsprechenden Pupillenfunktionen) aufgenommen hat, dann ist es theoretisch möglich, nach der Phasenstruktur und der Amplitudenstruktur des Objektes aufzulösen. Der Aufwand für ein solches Projekt wäre allerdings erheblich.

Das zweite Problem für die 3-d Filterung ist die Unvollständigkeit der Daten. Da kein lineares Filter ein Bild dort restaurieren kann, wo die 3-d Übertragungsfunktion verschwindet (fehlender Kegel), ist die 3-d Apertur eine fundamentale Grenze. Dies ist ein Hindernis insbesondere für die quantitative 3-d Bildauswertung. Wenn man allerdings a-priori Wissen

über das Objekt hat, wenn man z.B. weiß, daß das Objekt eindeutig und einflächig ist, dann kann man nichtlineare Methoden anwenden (HÄUSLER, KÖRNER, 1984).

Das dritte Problem ist schließlich die Gültigkeit der linearen Näherung. Die Born-Näherung 1. Ordnung gilt nur für sehr schwache und auch nur wenig ausgedehnte Objekte, kurz, für Objekte, die man kaum sehen kann, weil sie nur wenig mit dem einfallenden Licht wechselwirken. Nachdem jedoch bereits die linearen 3-d Bildverarbeitungsmethoden sehr rechenintensiv sind, erscheint eine volle nichtlineare 3-d Bildrestauration gegenwärtig nicht aussichtsreich.

Allerdings zeigen die Arbeiten von ZINSER et. al. 1982, 1983, ebenso wie das Experiment aus Fig. 5.4., daß sich 3-d Filterungen trotz all dieser Probleme lohnen: Durch Verwendung der in der longitudinalen Struktur des 3-d Bildes steckenden Information, kann der Kontrast und die visuelle Interpretierbarkeit erheblich verbessert werden.

6. Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die grundsätzlichen systemtheoretischen Beschränkungen für die optische 3-d Bildaufnahme und -restauration untersucht:

- 1) In einer geometrisch-optischen Näherung brauchen die das 3-d Bild erzeugenden Lichtstrahlen "Zu- und Abfahrtswege" zu den einzelnen Bildteilen.
- 2) Die Abbildungsapertur beschränkt das 3-d Auflösungsvermögen beugungstheoretisch.
- 3) Wegen der endlich großen Beleuchtungsapertur, werden (durch Bragg-Beugung) nur ganz bestimmte Objektstrukturen sichtbar.

Diese 3 Beschränkungen lassen sich zusammenfassen und führen qualitativ zur Definition der 3-d Apertur und quantitativ zu 3-d Übertragungsfunktionen. Anhand dieser Funktionen kann man - in linearer Näherung - die 3-d Bildentstehung und das 3-d Auflösungsvermögen eines Abbildungssystems vollständig analysieren. Leider ist die Born'sche Näherung erster Ordnung nur für bestimmte Klassen von Objekten (nämlich sehr schwache Objekte) gültig. Nichtlineare Übertragungstheorien auf der Basis höherer Born'scher Näherungen oder auf der Basis der Rytov-Näherung (MUELLER et. al., 1979 sowie KAVEH et. al., 1979) sind möglich, führen jedoch zu schwer interpretierbaren nichtlinearen Zusammenhängen zwischen 3-d Objekt und Bild. Ich denke jedoch, daß die Aussagen der linearen Theorie qualitativ gültig bleiben (wenngleich das konfokale Mikroskop in Abschnitt 2.5. und 4.5. hierfür ein Gegenbeispiel zu sein scheint).

Tabelle 1 liefert einen stichwortartigen Überblick über diese Fragen.

Tabelle 1: Stichwortartige Zusammenfassung einiger Resultate dieser Arbeit

Annahmen über das 3-d Objekt	"transparenter Selbstleuchter"	"schwaches Objekt"	
Näherung	inkohärente Theorie	1. Ordnung Born-Näherung	Rytov-Näherung, Born höherer Ordnung
optischer Aufbau	R. FRIDEN, 1967 Abschnitt 2	Abschnitt 4	
übliches Mikroskop - Auflicht - Durchlicht	<u>3-d OIF</u> diffuse Oberflächen- 3-d Fluoreszenz- objekte Frequenzlücken	<u>3-d OIF, 3-d Apertur</u> -- Abhängigkeit von Beleuchtung, Objektphase und -amplitude, Frequenzlücken.	erheblicher mathematischer Aufwand für die Mehrfach- beugung im 3-d Objekt
Scan-Mikroskop - Typ-1 - Typ-2 (konfokal)	äquivalent zum üblichen Mikroskop überlegene 3-d Auflösung keine Frequenzlücken!	äquivalent zum üblichen Transmissionsmikroskop ähnlich zum üblichen Mikroskop Frequenzlücken	die Frequenz- lücken werden gefüllt

Die 3-d Bildverarbeitung ist, wie ich glaube, ein lohnendes Gebiet für zukünftige Aktivitäten, insbesondere weil in der medizinischen Bildverarbeitung, aus anderen Gründen, ein Bedarf dafür besteht (tomographische Methoden). Einerseits sollte man an der Verbesserung linearer Methoden (FERCHER et. al., 1976, ZINSER, 1982 und 1983, sowie Abschnitt 5 dieser Arbeit) arbeiten; zum anderen zeigt die Methode von HÄUSLER, KÜRNER, 1984, daß eine nichtlineare Verarbeitung (bei in diesem Fall verhältnismäßig geringem Rechenaufwand) sehr lohnende Resultate ergeben kann.

Verzeichnis der verwendeten Notation

In dieser Arbeit werden folgende Bezeichnungen und Abkürzungen verwendet:

3-d PSF	dreidimensionales Punktbild (<u>p</u> oint <u>s</u> pread <u>f</u> unction) heißt diejenige Intensitätsverteilung in einem 3-d Bild, die von einem einzelnen Objektpunkt erzeugt wird. Daher findet man bei der 3-d Bildentstehung die 3-d PSF als Faltungskern.
3-d OTF	dreidimensionale Übertragungsfunktion (<u>o</u> ptical <u>t</u> ransfer <u>f</u> unction), mit welcher das 3-d Objektspektrum zu multiplizieren ist, um das 3-d Bildspektrum zu erhalten. Die 3-d OTF ist die Fourier-Transformierte der 3-d PSF. Abweichend von einer häufigen Konvention wird im Abschnitt 4 der Begriff OTF auch für ein partiell kohärentes Abbildungssystem verwendet (üblicherweise verwendet man "OTF" bei inkohärenten Systemen).
$\int \dots dx$	Integration von $-\infty$ bis $+\infty$
$\vec{r} = (\underline{x}, z)$ $\underline{x} = (x, y)$	3-d Ortskoordinaten werden zerlegt in einen lateralen Anteil $\underline{x}$ und einen longitudinalen Anteil z (parallel zur optischen Achse)
$\vec{\rho} = (\underline{\mu}, \eta)$ $\underline{\mu} = (\mu_x, \mu_y)$	analoge Zerlegung der 3-d Ortsfrequenzen, die bei 3-d Fourier-Transformationen auftauchen.
laterale (2-d) Fourier-Transformation	Kennzeichnung der Funktion mit einer Tilde, z.B. $\tilde{p}(\underline{\mu}) = \int p(\underline{x}) \exp(-2\pi i \underline{\mu} \cdot \underline{x}) d^2x$
3-d Fourier-Transformation	Kennzeichnung der Funktion mit Doppeltilde, z.B. $\tilde{\tilde{T}}(\vec{\rho}) = \int T(\vec{r}) \exp(-2\pi i \vec{r} \cdot \vec{\rho}) d^3r$

α	Öffnungswinkel eines Lichtkegels (Fig. 2.2.)
$A = n \sin \alpha$	numerische Apertur
$\kappa = 1/(2 \tan \alpha)$	Blendenzahl
$I(\underline{x}, z), \tilde{I}(\underline{\mu}, \eta)$	3-d PSF und 3-d OTF
$\lambda, k = 2\pi/\lambda$	Wellenlänge, Betrag des Wellenvektors
$\tilde{p}(\underline{\mu})$	Pupillenfunktion eines optischen Systemes
$\tilde{f}(\rho), \rho = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2}$	rotationssymmetrische Pupillenfunktion
$\delta x, \delta y, \delta z$	Dimension der 3-d Auflösungszelle
$S_{OBJ}(\underline{x}, z)$	Intensitätsverteilung einer Lichtquelle
$E_{IMG}(\underline{x}, z)$	Intensitätsverteilung im 3-d Bild
$u(\vec{r})$	(komplexe) Wellenfunktion
$J(\vec{r}_1; \vec{r}_2)$	Kohärenzfunktion bei quasimonochromatischem Licht ("mutual intensity")
$\vec{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$	3-d Laplace-Operator
$n(\vec{r})$	3-d Brechungsindexverteilung (i.A. komplex)
$V(\vec{r}) = k^2(1-n^2(\vec{r}))$	Streupotential des 3-d Objektes
$P(\vec{r}) = \text{Re}[V(\vec{r})]$	Phasenstruktur des 3-d Objektes
$A(\vec{r}) = \text{Im}[V(\vec{r})]$	absorbierende Struktur des 3-d Objektes
$G(\vec{r})$	Green'sche Funktion der Helmholtzgleichung, auslaufende Kugelwelle
$\tilde{F}(\underline{\mu}, \eta)$	Übertragungsfunktion eines linearen 3-d Filters zur Bildverbesserung
$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$	2-d Laplace-Operator in lateraler Richtung

Literaturverzeichnis

Die Literaturhinweise sind alphabetisch geordnet und werden im Text mit dem Namen des Autors und dem Erscheinungsjahr zitiert.

- E. ABBE, 1873: Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung, Archiv f. mikrosk. Anatomie, vol. 9, p. 413
- M. ABRAMOWITZ, I. STEGUN, 1965: Handbook of mathematical functions, Dover Publications, New York
- E.A. ASH, 1980 (editor): Scanned image microscopy, Academic Press, London
- M. BORN, E. WOLF, 1968: Principles of Optics, Pergamon, London
- K.-H. BRENNER, A.W. LOHMANN, J. OJEDA-CASTANEDA, 1983: The ambiguity function as a polar display of the OTF, Opt. Commun., vol. 44, p. 323
- M.Y. CHIU, H.H. BARRETT, R.G. SIMPSON, C. CHOU, J.W. ARENDT, G.R. GINDI, 1979: Three-dimensional radiographic imaging with a restricted view angle, J. Opt. Soc. Am., vol. 69, p. 1323
- A.F. FERCHER, H. BARTELT, H. BECKER, E. WILTSCHKO, 1976: Image formation by inversion of scattered field data, experiments, Appl. Opt., vol. 18, p. 2427
- R. FRIEDEN, 1967: Optical transfer of the three-dimensional object, J. Opt. Soc. Am., vol. 57, p. 56
- G. HÄUSLER, E. KÖRNER, 1984: A simple focusing criterion, Appl. Opt., accepted for publication
- G. HÄUSLER, E. KÖRNER, 1984: Acquisition and use of three-dimensional object information in image processing, Proc. ICO-13, Sapporo, Japan 1984
- H.H. HOPKINS, 1955: The frequency response of a defocused optical system, Proc. Roy. Soc., A231, p. 91
- M. KAVEH, R.K. MUELLER, R.D. IVERSON, 1979: Ultrasonic Tomography based on Perturbation Solutions of the Wave Equation, Comp. Graph. Im. Proc., vol. 9, p. 105
- H.E. KORTH, A. FROSCH, 1975: Verfahren zur Erhöhung der Schärfentiefe und/oder des Auflösungsvermögens von Lichtmikroskopen, Deutsches Patentamt, Offenlegungsschrift 2360197 vom 5.6.75

- A.W. LOHMANN, 1978: Three-dimensional properties of wave-fields, *Optik*, vol. 51, p. 105
- E. MARTENSEN, 1972: Analysis V, Funktionalanalysis und Integralgleichungen, Bibliographisches Institut, Mannheim
- C. McCUTCHEN, 1964: Generalized aperture and the three-dimensional diffraction image, *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 54, p. 240
- L. MERTZ, 1965: Transformations in optics, Wiley, New York, p. 101
- R.K. MUELLER, M. KAVEH, G. WADE, 1979: Reconstructive Tomography and Applications to Ultrasonics, *Proc. IEEE*, vol. 67, p. 567
- A. PAPOULIS, 1968: Systems and Transforms with Applications in Optics, McGraw Hill, New York
- R.B. RALL, 1969: Computational Solutions of Nonlinear Operator Equations, Wiley, New York
- C.J.R. SHEPPARD, A. CHOUDHURY, 1976: Image formation in the scanning microscope, *Opt. Acta*, vol. 24, p. 1051
- C.J.R. SHEPPARD, T. WILSON, 1977: Image formation in scanning microscopes with partially coherent source and detector, *Opt. Acta*, vol. 25, p. 315
- C.J.R. SHEPPARD, T. WILSON, 1978: Depth of field in the scanning microscope, *Opt. Lett.*, vol. 3, p. 115
- C.J.R. SHEPPARD, T. WILSON, 1980: Image formation in confocal scanning microscopes, *Optik*, vol. 55, p. 331
- P.A. STOCKSETH, 1969: Properties of a defocused optical system *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 59, p. 1314
- V. WILKE, U. GÜDECKE, P. SEIDEL, 1983: Laser-Scan-Mikroskop, *Laser und Optoelektronik*, 15. Jahrgang, Juni 1983, p. 93
- E. WOLF, 1969: Thhree-dimensional structure determination of semitransparent objects from holographic data, *Opt. Commun.*, vol. 1, p. 153
- G. ZINSER, 1982: Erzeugung und Analyse digitaler lichtmikroskopischer Bilder histologischer Präparate bei hoher Ortsauflösung, Dissertation, Heidelberg
- G. ZINSER, D. KOMITOWSKI, J. BILLE, 1982: Evaluation of the Chromatin Structure of Cell Nuclei by 3-D Light Microscopic Image Processing, Prof. 6th International Conference on Pattern Recognition (ICPR), München
- G. ZINSER, A. ERHARDT, D. KOMITOWSKI, J. BILLE: 1983: Erzeugung und Rekonstruktion dreidimensionaler lichtmikroskopischer Bilder, 5. DAGM-Symposium, Karlsruhe 1983

Veröffentlichungen

- /1/ G. Häusler, N. Streibl: Optical compensation of geometrical distortion by a deformable mirror
Opt. Commun. 42, 381 (1982)
- /2/ G. Häusler, N. Streibl: Stability of spatio-temporal feedback systems
Opt. Acta 30, 171 (1983)
- /3/ A.W. Lohmann, N. Streibl: Map transformations by anamorphic optical processing
Appl. Opt. 22, 780 (1983)
- /4/ A.W. Lohmann, J. Ojeda-Castaneda, N. Streibl: Symmetries in coherent and in partially coherent fields
Opt. Acta 30, 399 (1983)
- /5/ A.W. Lohmann, N. Streibl: On the fundamentals of 3-d display
Proc. SPIE, vol. 402 (1983)
- /6/ A.W. Lohmann, J. Ojeda-Castaneda, N. Streibl: Differential operator for 3-d imaging,
Proc. SPIE, vol. 402 (1983)
- /7/ N. Streibl: Dreidimensionale Bilder
ein Bericht über die SPIE-Konferenz, Laser und Optoelektronik Nr. 2 (1983)
- /8/ A.W. Lohmann, J. Ojeda-Castaneda, N. Streibl: Symmetries and periodicities of partially coherent fields,
Prof. Conference on Coherence & Quantum Optics CQO-5, Rochester (1983)
- /9/ A.W. Lohmann, J. Ojeda-Castaneda, N. Streibl: Spatial periodicities in coherent and in partially coherent fields
Opt. Acta 30, 1259 (1983)
- /10/ G. Häusler, N. Streibl: Unstable and chaotic behaviour of TV-optical feedback systems
Bistability II, C.M. Bowden, H.M. Gibbs, S.L. McCall (editors), Plenum Press (1984)

- /11/ A.W. Lohmann, J. Ojeda-Castaneda, N. Streibl: The influence of wave aberrations on the Wigner-distribution submitted to Optica Applicata, Poland (1984)
- /12/ N. Streibl: Fundamental restrictions for 3-d light-distributions
Optik 66, 341 (1984)
- /13/ N. Streibl: Phase imaging by the transport of intensity
Opt. Commun. 49, 6 (1984)
- /14/ H. Bartelt, N. Streibl: Bildschirm zur räumlich dreidimensionalen Darstellung von Bildern, Graphiken und sonstigen Daten
Patentanmeldung, 1984
- /15/ N. Streibl: Phase imaging based on the transport-equation of intensity
Proc. ICO-13, Sapporo, Japan, (1984)
- /16/ J. Ojeda-Castaneda, N. Streibl: Transfer of depth information by 3-d wavefields
Proc. ICO-13, Sapporo, Japan, (1984)
- /17/ H. Bartelt, N. Streibl: A 3-d display with holographic elements
Proc. ICO-13, Sapporo, Japan, (1984)
- /18/ N. Streibl: Depth transfer by an imaging system
accepted, Opt. Acta (1984)
- /19/ N. Streibl: 3-d imaging by a microscope
accepted, J. Opt. Soc. Am. (1984)
- /20/ H. Bartelt, N. Streibl: A 3-d display based on thick holographic phase components
submitted to Opt. Eng. (1984)

Dankeschön

möchte ich an dieser Stelle allen sagen, die bei der Entstehung dieser Arbeit mitgewirkt haben.

Natürlich steht hier an erster Stelle Herr Prof. Lohmann: Er hat mir die Optik beigebracht und diese Arbeit betreut. Seine vielen Anregungen waren für mich immer wertvoll, fachlich und privat.

Herr Prof. Fercher hat sich die Mühe gemacht, diese Arbeit zu lesen und das Koreferat zu übernehmen.

Frau Batz hat mein handschriftliches Manuskript entziffert und diese Arbeit getippt.

So manche hilfreiche und weiterführende Anregung kam aus der Optik-Gruppe; besonders erwähnen möchte ich G. Häusler, E. Körner, K.-H. Brenner und H. Bartelt. Das prima Arbeitsklima im sogenannten "Diplomandenzimmer" werde ich so schnell nicht vergessen.

Lebenslauf

- 28.07.1956 geboren in Nürnberg als Sohn von Ludwig und Hermine Streibl (geb. Prescher)
- 1962-1966 Besuch der Gerhardt-Hauptmann-Schule Nürnberg
- 1966-1975 Neues Gymnasium Nürnberg und Abitur
- 1.7.75-30.9.76 Grundwehrdienst in Regensburg
- ab WS 1976/77 Physik-Studium an der Universität Erlangen-Nürnberg
- 11.11.1981 Diplom-Hauptprüfung in Physik
- seit 1.1.1982 wissenschaftlicher Mitarbeiter am Physikalischen Institut der Universität Erlangen-Nürnberg in der Optik-Gruppe

